

**La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad
didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2**

Víctor Manuel Galvis Meza

Yeni María Oviedo Martínez

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias de la Educación

Riohacha – Colombia

2019

**La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad
didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2**

Víctor Manuel Galvis Meza

Yeni María Oviedo Martínez

Dirigida por

Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias de la Educación

Riohacha – Colombia

2019

Nota de Aceptación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Riohacha, 2018

Dedicatoria

El todopoderoso abre camino.

Una meta más cumplida.

A mi esposa Liliana, a mis hijos Víctor y Elián,
el eterno Dios bendiga su comprensión y apoyo.

Víctor.

A Dios, que me ha dado fortaleza para continuar cuando a punto de caer he estado.

A mis hijos Sara y Germán, por ser mi principal motivación y que aun a sus
cortas edades comprendían cuando no podía compartir tiempo con ellos.

Yeni.

Agradecimientos

Al Ministerio de Educación Nacional por habernos brindado la oportunidad de profundizar nuestros conocimientos y a la Secretaria de Educación Distrital por haber facilitado desde sus directrices que la Institución Educativa Centro de Integración Popular permitiera el espacio durante este proceso, en beneficio de la institución y de los estudiantes.

A nuestra asesora Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López y a los profesores Dr. Héctor Gerardo Sánchez, al Mg. Andrés Palechor y a nuestro grupo del macroproyecto de matemática, por sus indicaciones en el desarrollo de esta investigación.

A la rectora de la institución educativa Centro de Integración Popular, por su comprensión al permitir los espacios para desarrollar la investigación y a los estudiantes de grado noveno por la participación.

A la Universidad Tecnológica de Pereira que nos brindó el personal más idóneo y calificado, quienes siempre estuvieron dispuestos a brindar apoyo y colaboración y a la Universidad de La Guajira, que colocó a disposición su infraestructura física para el desarrollo de los seminarios.

Los autores.

Tabla de contenido

Introducción	13
Capítulo I. Planteamiento del problema.....	15
1.1 Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas.....	15
1.2 Antecedentes.....	16
1.3 La enseñanza de las matemáticas en la Institución Educativa Centro de Integración Popular	20
1.4 Visión retrospectiva.....	21
1.4.1 Caracterización Docente Uno	21
1.4.2 Caracterización Docente Dos.....	25
1.5 Pregunta de investigación.....	28
1.5.1 Objetivo general.	28
1.5.2 Objetivos específicos.....	28
Capítulo II. Marco teórico.....	28
2.1 Fundamentación epistemológica, matemática y didáctica de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2	29
2.2 Práctica docente.....	32
2.2.1 Secuencia didáctica.....	33
2.2.2 Competencia científica.	33
2.2.3 Interactividad.	33
2.3 Metodología de la indagación	34

2.4 Unidad didáctica	36
2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau	36
Capítulo III. Metodología.....	39
3.1 Tipo de investigación	39
3.2 Diseño de la investigación.....	39
3.3 Técnica e instrumentos de investigación	41
3.3.1 Observación.	41
3.3.2 Estudio de caso por autoobservación.....	42
3.3.3 Instrumentos para recolección de datos	42
3.3.4 Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación práctica	44
3.4 Fases de la investigación	45
Capítulo IV. Análisis de datos	46
4.1 Secuencia didáctica	48
4.1.1 Actividad medular.....	48
4.1.2 Momentos de la clase flexibles.....	54
4.1.3 Orientación explícita de la actividad	59
4.1.4 El Docente como guía.....	63
4.2 Competencia científica	68
4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.	68
4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares	74

4.3 Interactividad	80
4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes ..	80
4.3.2 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes	85
Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones	90
5.1 Conclusiones.....	90
5.2 Recomendaciones	92
Referencias Bibliográficas	93
Anexos.....	100

Índice de Tablas

Tabla 1 Categorías y subcategorías de la práctica docente.....	43
Tabla 2 Fases y subcategorías de la indagación práctica.....	44
Tabla 3 Práctica docente.....	47
Tabla 4 Actividad medular.....	49
Tabla 5 Momentos de la clase flexible.....	55
Tabla 6 Orientación explícita de la actividad.....	60
Tabla 7 El Docente como Guía.....	63
Tabla 8 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.....	69
Tabla 9 Enseñanza de las competencias disciplinares.....	75
Tabla 10 Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.....	81
Tabla 11 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.....	85

Índice de ilustraciones

Ilustración 1 Estudiantes participan en el desarrollo de las actividades.	51
Ilustración 2 Los estudiantes repitiendo los ejercicios modelos del libro y el docente se limita cuidar actividad.	53
Ilustración 3 El docente acompaña a los estudiantes, en la construcción de conocimiento.	57
Ilustración 4 El docente transmite información de contenidos.	58
Ilustración 5 El docente institucionaliza, sin tener en cuenta el aporte de los estudiantes.	66
Ilustración 6 Socialización y explicación de procesos por parte de los estudiantes.	71
Ilustración 7 Docente desarrollan los procesos y los estudiantes solo observan.	73
Ilustración 8 Estudiante expone los resultados obtenidos.	77
Ilustración 9 Estudiantes participando en la construcción de significados.	82
Ilustración 10 Docente atendiendo inquietudes de los estudiantes.	87

Resumen

La investigación presenta la reflexión de la práctica docente de los autores quienes enseñan matemáticas en la Institución Educativa Centro de Integración Popular de la ciudad de Riohacha. El propósito general de la investigación es interpretar la contribución de la metodología de la indagación en la práctica docente al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en grado noveno.

La investigación es de corte cualitativo, bajo la metodología de estudio de caso, en donde se busca describir, analizar e interpretar las acciones y discursos de los maestros investigadores en su práctica docente. Estudio realizado bajo los parámetros de la teoría fundamentada; el análisis de la información se realiza a través de los hallazgos obtenidos durante la implementación de la unidad didáctica, por medio de la codificación según el instrumento de recolección de información y a través de la matriz para el análisis del instrumento la cual se diseñó a partir de las fases de la indagación práctica.

La apropiación de la metodología de la indagación permitió desarrollar la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a partir de situaciones problemas basados en contextos reales y relacionados con la cotidianidad de los estudiantes, lo cual generó un ambiente de participación que permitió la construcción conjunta de conocimientos.

Palabras clave: práctica docente, metodología de la indagación, unidad didáctica, sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 .

Abstract

The research presents the reflection of the pedagogical practice in the classroom of the teachers who teach mathematics in the Institución Educativa Centro de Integración in Riohacha, La Guajira. The general purpose of the research is to interpret the contribution of the methodology of inquiry in the pedagogical practice through designing and implementing a didactic unit for the teaching of systems of linear equations with two unknowns in ninth grade.

The research is qualitative, under the methodology of case study, which seeks to describe, analyze and interpret the actions and discourses of master researchers in their pedagogical practice. Study conducted under the parameters of the grounded theory; the analysis of the information is done through the findings obtained during the implementation of the didactic unit, with means of the codification according to the instrument of information collection and through the matrix for the analysis of the instrument which was designed from the phases of practical inquiry.

The appropriation of the methodology of the research allow to develop the teaching of the systems of linear equations with two unknowns, from situations based on real contexts and related to the students' daily life, which generated an atmosphere of participation that allowed the joint construction of knowledge.

Key words: pedagogical practice, inquiry methodology, didactic unit, systems of linear equations of 2×2

Introducción

El presente trabajo de investigación muestra la problemática que se presenta en las aulas de educación básica secundaria, al observar que los estudiantes no se motivan a resolver problemas de matemáticas y específicamente de sistemas de ecuaciones lineales, lo hacen de una manera algorítmica y rutinaria, sin darle un sentido lógico a lo que están resolviendo, y esto se refleja en los bajos desempeños en las pruebas nacionales e internacionales, lo anterior se debe en gran parte a que la enseñanza de la matemática en la Institución Educativa Centro de Integración Popular ha estado enmarcada por prácticas del modelo tradicional, donde el docente es transmisor de conocimientos, y el estudiante es receptor pasivo, sin involucrarse en el proceso de aprendizaje.

Es así como la presente investigación tiene el propósito reflexionar sobre la práctica docente de los investigadores, mediante el diseño, planeación e implementación de una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau, que contribuya a la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 y que permita establecer un ambiente propicio de enseñanza, en el cual se pueda relacionar los contenidos con los intereses de los estudiantes a través de contextualizaciones y situaciones problemas significativas para ellos.

La investigación consta de cinco capítulos, de los cuales los tres primeros comparten relación con las experiencias investigativas de los demás integrantes del macroproyecto de matemáticas.

En el capítulo 1 se desarrollan el planteamiento del problema en estudio, los antecedentes nacionales e internacionales, la visión retrospectiva de los docentes investigadores, la pregunta de investigación y los objetivos.

En el capítulo 2 se presenta el marco teórico, comprendido por la fundamentación epistemológica, matemática y didáctica de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 , así como también la práctica docente analizada desde tres categorías: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad* (González-Weil, et al., 2012), la metodología de la indagación, unidad didáctica y las situaciones didácticas de Brousseau.

En el capítulo 3 se presenta la metodología, en donde se describe el tipo, diseño y técnica de investigación, así como los instrumentos de recolección de información, el instrumento para la sistematización de datos, que permitió describir la práctica docente y la matriz para el análisis del instrumento, la cual se construye teniendo en cuenta las fases de la indagación práctica.

En el capítulo 4 se muestra el análisis de los datos de la investigación, revelando la contribución de la metodología de la indagación a la práctica docente de los autores. Asimismo, el capítulo 5 comprende el cierre de la investigación con las conclusiones obtenidas en relación con las categorías desde las cuales se analiza la práctica docente: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad*, y las recomendaciones que se hacen derivadas de los hallazgos.

Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas y los anexos.

Capítulo I. Planteamiento del problema

La era de la globalización exige de profesionales críticos, creativos, con altos valores éticos, culturales y sociales. En este sentido la educación cumple un papel determinante en la formación integral de las nuevas generaciones.

Ahora bien, la formación de los nuevos líderes la sociedad delega la responsabilidad a la escuela de preparar las personas para que aprendan a vivir y a convivir. Perkins (2010), menciona que demasiadas personas lamentan los 12 años de estudio en la escuela, al sentir que ésta le sirvió muy poco para desenvolverse en la vida. En el caso de la matemática, el resolver situaciones aplicando fórmulas, de poco ha servido para tomar decisiones en contextos reales. Se ha considerado que la enseñanza de la matemática está enmarcada en la transmisión de conocimientos, bajo modelos algorítmicos, repetitivos y centrados en el docente, otorgándole al estudiante un papel pasivo en su aprendizaje.

Es por esta razón que la práctica docente ha generado un reto para la investigación educativa, aunque durante varias décadas, la gran mayoría de los estudios se centraron más en el aprendizaje que en la enseñanza, tal como lo manifiesta Céspedes y Gonzáles (2012) “Las formas de enseñanza y aprendizaje exigen cambios en nuestra práctica docente y su reflexión constante, que ayude a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje” (p.15).

1.1 Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2011), afirma que las evaluaciones realizadas a maestros muestran falencias tanto en el conocimiento disciplinar como en el conocimiento didáctico inherente a la propia disciplina, lo cual puede explicar parte de las dificultades que tienen los estudiantes en su aprendizaje, reflejado en bajos desempeños académicos mostrado en

pruebas nacionales e internacionales, por lo que Rico (2007) expresa que “los docentes no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes desarrolladas, a partir de las cuales realizar una buena planificación” (p.53).

Sanmartí (2005) manifiesta que, la presión temporal de “acabar el programa”, que a los profesores suelen imponerles, lleva a que la actuación en el aula sea generalmente el resultado más de la concreción de intuiciones y de rutinas adquiridas a través de la experiencia, y no de conocimientos teóricos y prácticos aplicados conscientemente en la planificación, (2005, p. 14), resultando en una práctica docente con elementos de improvisación, desorganización y desconocimiento de estrategias metodológicas.

De allí la importancia de destacar investigaciones que han abordado problemáticas relacionados con la práctica docente de profesores que enseñan matemáticas.

1.2 Antecedentes

En este contexto de búsqueda se encontró la investigación: “La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?”, de la Universidad de los Andes de Bogotá por (Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández, 2003), donde se muestra la práctica docente enfocada en aspectos particulares, dada la dificultad de observarla en su totalidad. Es una investigación cualitativa de orientación interpretativa, realizada con docentes de matemáticas en instituciones de básica secundaria en la ciudad de Bogotá y su intención fue describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemáticas.

Entre sus conclusiones se refleja que a pesar de la tecnología y la sistematicidad, la práctica de ciertos profesores que posibilita verlas como innovadoras, es aún incipiente, dado que por parte de algunos no hay un proceso reflexivo serio que lleve a cambios significativos o a soluciones reales; al contrario se han implementado estrategias intuitivas del profesor y que

parecen adecuadas desde la concepción no profundizada ni analizada, añadiendo su forma usual de proceder, a partir de su visión preconcebida de las matemáticas por la comodidad y control que esto representa para él.

Es así como la transformación en la manera de enseñar debe realizarse a partir de la reflexión consciente con observaciones minuciosas de lo que pasa en el aula, por esto sugieren auto monitorear la práctica del aula (Andrade, *et al.*, 2003).

En este sentido un estudio realizado en cuanto al ejercicio de pensar la práctica de los maestros, realizado por González-Weil, Martínez, Galax, Cuevas y Muñoz (2009), investigaron: “La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico”, en marco de los proyectos de investigación e innovación de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile), aproximándose a un enfoque indagatorio bajo la metodología de la teoría fundamentada (*Grounded Theory*), la cual permitió el desarrollo de un conjunto de conceptos integrados ofreciendo una explicación teórica, detallada y precisa del fenómeno en estudio (Strauss y Corbin. Citados en González-Weil, *et al.*, 2009).

La investigación realizada por González-Weil (*et al.*, 2009), es de corte cualitativo, realizado con maestros de educación secundaria de poblaciones vulneradas, el cual permitió poner en reflexión la educación científica como camino hacia el mejoramiento de la calidad y equidad del aprendizaje científico en educación secundaria, posibilitando nuevas líneas de investigación que dan orientaciones sobre cómo guiar la formación del docente, ya que concluye que su rol es fundamental para lograr una transformación hacia una enseñanza con calidad, buscando estrategias innovadoras que permitan transformar los aprendizajes y la formación de formadores.

De igual manera un estudio realizado en la tesis doctoral por Gómez (2007), planteó cuatro preguntas que direccionaron la investigación:

¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?, ¿cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúe eficaz y eficientemente?, ¿cómo se deben diseñar e implementar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?, ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial? (p.24).

Para esta tesis se implementó la metodología de la indagación, con la cual se pretendió y se propuso explorar, describir, caracterizar y explicar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura didáctica de la matemática de bachillerato en la Universidad de Granada.

La investigación contribuyó al avance en la conceptualización de los principales elementos en los que se fundamenta el diseño de la asignatura al igual que a la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, identificando aspectos del diseño y desarrollo de la asignatura de matemática y de las visiones, experiencias y actuaciones de los futuros docentes, así mismo, se identificaron estadios del desarrollo y variables del conocimiento didáctico a partir de los cuales se caracterizó la evolución del progreso de los diferentes grupos, por medio de la interpretación y adaptación de las tres teorías de la didáctica de la matemática, lo cual permitió construir un significado para el desarrollo del conocimiento didáctico. Como lo fueron las innovaciones en el diseño de los currículos desde un contexto socio-cultural en la formación de los profesores de didáctica de la matemática.

Lo anterior reafirmado por Guzmán (1989), quien dice que siempre hay que recordar que los estudiantes aprenden matemática por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de la matemática por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, su confianza y buena disposición hacia esta área están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela. De allí que los argumentos que sustentan el porqué de la importancia de la enseñanza de las matemáticas han sido cuestionados y transformados. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (2006) ha considerado tres factores prioritarios, los cuales anteriormente no habían sido estimados como importantes: “la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos” (p.47). En complemento a lo anterior, en los Lineamientos curriculares de matemáticas (1998), se considera el área de matemáticas como

Una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual” (MEN, p.1).

En este sentido y dentro de un marco normativo nacional es importante asumir que “la formación de educadores en Colombia tiene como fin fortalecer la alta calidad científica y ética, hacer de la práctica pedagógica parte fundamental de su saber” (Ley 115, 1994, Art.109). Práctica pedagógica, docente y didáctica que se debe hacer evidente en las acciones que se realizan al interior de las Instituciones Educativas y en las relaciones que se generan al interior del aula, en la enseñanza de la matemática.

1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Centro de Integración Popular

La problemática anteriormente enunciada, se hace evidente en los bajos desempeños en las pruebas Saber presentadas por los estudiantes.

Para el caso de la Institución Educativa Centro de Integración Popular, los resultados de la Prueba Saber (2016), en el área de matemáticas del grado noveno en comparación al promedio nacional, señala niveles de desempeño del 24% insuficiente, el 67% mínimo, el 8% satisfactorio y el 1% avanzado, además el Índice Sintético de Calidad, herramienta que permite evaluar el proceso educativo de los colegios (MEN, 2016), para este mismo año en la básica secundaria fue de 4.47, sobre una escala de diez (MEN, 2016). Dentro de los componentes evaluados el numérico variacional es el que mostró menores desempeños, al plantear y resolver situaciones problemas donde se involucraban los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

Teniendo en cuenta la información anterior, se puede evidenciar que la enseñanza de la matemática en la Institución Centro de Integración Popular, parece no afectar positivamente los resultados en los estudiantes al momento de ser evaluados.

De otro lado, al analizar el Plan de Área de Matemática, de acuerdo con la propuesta del MEN (2006), se encontró un distanciamiento entre la política educativa nacional y lo que se plantea en dicho Plan. Aquí no se enfatiza en el desarrollo de las competencias propuestas en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: “formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (MEN, 2006, p.51); sino que se enfatiza en el estudio de contenidos que se focalizan en el desarrollo de los Pensamientos Matemáticos.

Salinas (2007) plantea que en los docentes persisten vacíos conceptuales y errores en la aprehensión de contenidos matemáticos adquiridos en los primeros años de su formación docente, los cuales son transmitidos a los estudiantes con serias falencias en su discurso tanto pedagógico como didáctico, lo que puede ser un factor influyente en la baja calidad de la educación matemática, y consecuente con esto, los bajos desempeños por parte de los estudiantes en las pruebas estandarizadas.

1.4 Visión retrospectiva

Entendida la visión retrospectiva como una reflexión y observación de la actividad docente para relatar la práctica del investigador antes de iniciar la formación post gradual, la cual sería empleada como punto de partida para identificar las características que prevalecieron en su proceder en el salón de clases y se establecieron como un antecedente institucional para este trabajo. El proceso que se realizó fue: un registro video-gráfico de tres sesiones de clase antes de desarrollar los seminarios del plan de estudios de la maestría, registros que fueron transcritos y a la postre analizados de manera consciente y reflexiva a partir de la codificación abierta desde la teoría fundamentada (Hernández, Fernández y Baptista, 2010); esta codificación fue utilizada para identificar categorías y subcategorías que permitieron caracterizar las prácticas de los docentes investigadores como un antecedente fundamental para esta tesis.

1.4.1 Caracterización docente uno

El docente uno se desempeña como profesor de matemáticas en el nivel de básica secundaria, en la institución educativa Centro de Integración Popular, del distrito de Riohacha, La Guajira. De este investigador se grabaron y se transcribieron tres sesiones de clases, los segmentos se codificaron para luego agruparse de acuerdo con semejanzas en torno a las temáticas tratadas con

mayor periodicidad y relevancia en los registros, una vez que se hizo el análisis entre ellos, se identificaron las categorías y subcategorías, que tomaron nombre de acuerdo con la función que cumplió en el proceso, las cuales se relacionan a continuación:

1. Desarrollo de la clase: Se refiere a la manera como el docente orienta el proceso de enseñanza de una temática. Se consideran las siguientes subcategorías:

- Explicación.
- Uso de material.
- Evaluación.

2. Interacción docente – estudiante: Se refiere a la relación que se presenta en el aula entre el maestro y sus estudiantes, donde favorece la participación de los estudiantes en el desarrollo de la clase. Se proponen las siguientes subcategorías:

- Estímulo.
- Saberes previos.
- Preguntas orientadoras.

3. Interacción entre estudiantes en el trabajo colaborativo: Hace referencia a los eventos que el docente realiza para fortalecer el aprendizaje colaborativo entre estudiantes. Considera las siguientes subcategorías:

- Colaboración entre estudiantes.
- Estímulo entre estudiantes.

De la primera categoría, “desarrollo de la clase”, se pudo interpretar que el docente investigador realiza la explicación cuando desarrolla los contenidos de la clase en forma magistral y utiliza un lenguaje comprensible para los estudiantes durante el proceso de la clase. En este sentido estas actividades se hacen evidentes cuando: “El docente explica a los estudiantes

que para hallar el producto de números racionales, se multiplican los numeradores entre si y los denominadores entre sí” (Galvis, 2016, p.1).

Esta subcategoría también se hace evidente en la segunda y tercera observación cuando se trabajó gráfica y pendiente de una recta: “El profesor explica a los estudiantes que, para graficar una recta, es necesario determinar dos puntos que pertenezcan a la recta, que conociendo la ecuación se puede reemplazar un número real en una de las variables para hallar el valor de la otra variable y así obtener un punto que pertenezca a la recta”, (Galvis, 2016, p.4). En esta misma categoría, las siguientes subcategorías se refieren a la manera que el docente investigador lleva el proceso de evaluación, evidenciando y registrando las competencias de los estudiantes, permitiendo también la autoevaluación, así como el empleo de diferentes recursos para explicar los contenidos, incluyendo los tecnológicos; esta categoría fue la más numerosa, identificándose 128 de 322 registros totales, de los cuales 65 pertenecen a la subcategoría “explicación” de los contenidos, por su parte 43 hacen referencia a la subcategoría de “evaluación” que el docente desarrolla durante la clase y por último 20 registros para la subcategoría “uso de materiales”.

La segunda categoría, “interacción docente-estudiante”, muestra en las subcategorías que la conforman, que el docente estimula a los estudiantes con actitudes que los ayuden a seguir adelante, valorando en forma positiva sus aportes, hecho que evidencia en la sesión uno al desarrollar el tema de potenciación de números racionales “El docente escucha la participación de los estudiantes sobre las propiedades de la potenciación, el docente dice que bueno, gracias por tu participación” (Galvis, 2016, p.2), los estudiantes participan a través de las preguntas orientadoras que el docente realiza para mantener la atención de los estudiantes, como se corrobora en la misma sesión “El docente pregunta al curso en general que sucedería si cambia el signo a los dos exponentes?”(Galvis, 2016, p.4). El número de registros de esta categoría fue de

113 de 322 registros totales, donde 46 corresponde a la subcategoría de “estímulo”. Por su parte 40 pertenecen a la subcategoría de “preguntas orientadoras” y 27 hacen parte de la subcategoría de “saberes previos”.

De la tercera categoría , interacción “estudiante – estudiante”, se pudo interpretar que el docente investigador, propone acciones para que los estudiantes trabajen en equipo y se colaboren en el desarrollo de las actividades, esto se hace evidente desde lo encontrado en la transcripción en la primera sesión, sobre el desarrollo del tema de la potenciación de números racionales: “el docente les dice a los estudiantes que en la páginas 39 y 40 del libro se encuentran unos ejercicios propuestos sobre la potenciación y sus propiedades que para el desarrollo del mismo se deben reunir en grupo de tres estudiantes pero que en un grupo no pueden quedar los que más entienden.” (Galvis, 2016, p.3); en la segunda y tercera sesión, donde se desarrolla la gráfica y la pendiente de una recta, el docente permite la interacción entre sus estudiantes valorando las opiniones de sus compañeros en la socialización de las actividades como se evidencia: “Los estudiantes dialogan entre ellos para definir su representante cuando el estudiante está sustentando los demás compañeros prestan atención.” (Galvis, 2016, p.8), esta categoría tuvo 81 de los 322 registros totales, donde 44 corresponde a la subcategoría de “colaboración entre estudiantes” y 37 a la subcategoría “estimulo entre estudiantes”.

Las categorías anteriores permitieron caracterizar la práctica de aula del Docente Uno, revelando que “el desarrollo de la clase en forma magistral, utilizando un lenguaje comprensible para los estudiantes”, es la más relevante en el desempeño del docente, seguida de la “interacción entre docente y estudiante”, donde se muestra el estímulo con actitudes que ayudan a seguir adelante a los estudiantes, generando de esta manera un clima apropiado en el aula que garantiza la fluidez de las relaciones con los estudiantes en su formación. En la interacción entre

estudiantes, se evidencia una fortaleza por parte del docente en su práctica de aula, al propiciar acciones para que los estudiantes se colaboren en el desarrollo de actividades, permitiendo de esta manera que la evaluación sea más dinámica, en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

1.4.2 Caracterización docente dos

El proceso que se realizó fue un registro video gráfico de tres sesiones de clase, previas a cursar los diferentes seminarios del plan de estudios de la Maestría en Educación, registros que fueron transcritos y posteriormente analizados de manera consciente y reflexiva a partir de la codificación abierta (Hernández et al., 2014); donde se identificaron categorías y subcategorías que se construyeron con base en los datos tomados en el aula. Cada segmento se identificó con un código para determinar su periodicidad de las cuales surgieron las categorías y subcategorías que permitieron caracterizar la práctica de aula de la docente investigadora dos en tres categorías, cada una de las cuales agrupo en sus respectivas subcategorías a saber:

1. Desarrollo de la clase.

Esta categoría se refiere a la manera como el docente, orienta el proceso de enseñanza de un tema a los estudiantes. De esta categoría se desprenden las siguientes subcategorías:

- Explicación.
- Evaluación.

2. Interacción Docente - Estudiante.

Esta categoría reconoce la relación que se presenta dentro del aula entre el docente y los estudiantes, donde se favorece la participación de los estudiantes en el desarrollo de la clase. Las siguientes son las subcategorías:

- Estimulo.
- Saberes previos.

3. Interacción entre estudiantes.

Esta categoría hace referencia a los medios que el docente ofrece para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el aula. Las siguientes son las subcategorías:

- Colaboración entre estudiantes.
- Estimulo entre estudiantes.

De la primera categoría se pudo evidenciar, que la investigadora desarrolla los contenidos de la clase en forma magistral, esta categoría se evidencia cuando la docente en la primera transcripción dice: “Bueno, hoy vamos a ver la multiplicación de decimales, espero que la entiendan como la suma y la resta. A ver punto a parte:” (Oviedo, 2016, p. 1).

Esta primera categoría fue la que más números de registros tuvo, 12 de 25, de los cuales 7 de 12 registros de esta categoría, pertenecen a que la docente desarrolla los contenidos de la clase en forma magistral, y 5 de 12 registros, pertenecen a que la docente evidencia y registra el desarrollo de las competencias en los estudiantes.

La segunda categoría “interacción Docente – Estudiante”, se reconoce cuando la investigadora propone actividades para determinar los saberes previos de los estudiantes y se interesa por esos saberes previos, esto se observa en la sesión 2 cuando la docente indaga por lo que los estudiantes conocen de los polígonos, “El profesor dice: “Bueno, el tema de hoy es Área de polígonos, ya ustedes conocen los polígonos, ¿Quién me dice? ¿Qué son los polígonos?” (Oviedo, 2016, p. 3).

Esta categoría tuvo 9 registros de 25 totales, de los cuales 8 de 9 pertenecen a que la docente propone actividades para determinar los saberes previos de los estudiantes y se interesa por ellos, y 1 de 9 registros muestra que la docente valora en forma positiva los aportes de los estudiantes.

La tercera y última categoría “Interacción entre estudiantes”, se muestra cuando en la socialización de las actividades los estudiantes respetan los aportes de sus compañeros, y valoran sus opiniones, esta categoría se hace evidente en la sesión 2, cuando, “Pasa el primer grupo a hacer la socialización del ejercicio, el profesor pregunta si está bien, y los estudiantes contestan que sí, el profesor dice muy bien, que pase el segundo grupo” (Oviedo, 2016, p. 3), también en la sesión 1, cuando, “El profesor pregunta si está bien, los estudiantes responden siiiii... el profesor dice: ok, seguimos con el segundo... ¿Quién va a pasar?” (Oviedo, 2016, p.2).

Esta categoría fue la que menos apareció, se encontraron 4 registros de 25 totales, de los cuales 3 de 4 registros muestran que en la socialización de las actividades los estudiantes respetan los aportes de sus compañeros y valoran sus opiniones, y 1 de 4 registros revela que el docente propone actividades para que los estudiantes trabajen en equipos.

Las tres categorías anteriores permitieron caracterizar la práctica de aula de la investigadora, revelando que la práctica de enseñanza se ha venido desarrollando, por medio de clases magistrales donde la docente se dedica a la transmisión de conceptos, siguiendo orientaciones de los libros de textos de matemáticas, donde predomina la utilización del tablero y el cuaderno como únicos recursos, lo que evidencia poca participación de los estudiantes en el desarrollo de las clases.

1.5 Pregunta de investigación

Es por esto que, a partir de las situaciones expuestas, de las inquietudes planteadas y de los antecedentes consultados, surge la importancia de proponer investigaciones encaminadas a la intervención y reflexión de las prácticas docentes; en este sentido surge la pregunta de investigación: ¿Cómo la metodología de la indagación contribuye con la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 en grado noveno?

1.5.1 Objetivo general.

Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye con la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 en grado noveno.

1.5.2 Objetivos específicos.

- Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye en la práctica docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 en grado noveno, en la categoría secuencia didáctica.
- Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye en la práctica docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 en grado noveno, en la categoría competencia científica.
- Interpretar cómo la metodología de la indagación contribuye en la práctica docente al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 en grado noveno, en la categoría interactividad.

Capítulo II. Marco teórico

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que son tenidos en cuenta para el desarrollo de la investigación, enmarcados desde los aportes de diversos autores y relacionados con los siguientes ejes temáticos: la epistemología del objeto matemático sistema de ecuaciones lineales, la práctica docente, la metodología de la indagación, la unidad didáctica y las situaciones didácticas de Brousseau.

2.1 Fundamentación epistemológica, matemática y didáctica de los sistemas de ecuaciones lineales de 2×2

La resolución de *sistemas de ecuaciones lineales* constituye uno de los problemas matemáticos más antiguos como se evidencia en la matemática de diferentes culturas, por ejemplo, en la mesopotámica, en la china y en la japonesa. En el libro “Historia de la matemática” escrito por Boyer (1986), se encuentra una multitud de problemas que respondían a situaciones concretas de la vida diaria, que involucraban el uso de sistemas de ecuaciones lineales.

En Colombia tanto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) como en los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2003), el pensamiento matemático tiene una subdivisión en cinco pensamientos, denominados: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. En este caso se tomó el Pensamiento Variacional, debido a que es en éste donde se da tratamiento al tema de sistemas de ecuaciones lineales. Por tal motivo, es importante realizar una mirada a los Lineamientos Curriculares y a los Estándares Básicos de competencias en matemáticas, para entender de qué trata el pensamiento variacional.

El Pensamiento Variacional de acuerdo a los Lineamientos Curriculares propone la enseñanza de contenidos integrados:

“para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas”. (MEN, 1998, p.72)

Por tal motivo, “Los contextos donde aparece la noción de función establecen relaciones entre los mundos que cambian, de esta manera emerge la función lineal como herramienta de conocimiento necesario para “enlazar” patrones de variación entre variables para predecir y controlar el cambio” (MEN, 1998, p.74).

En tanto que los Estándares Básicos de Matemáticas afirman que:

Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (MEN, 2003, p. 66).

Ahora los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en los Estándares Básicos de Matemáticas, están propuestos para el grado noveno, que el Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos, el cual propone entre muchos otros el siguiente: “identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales”. Además, los Estándares plantean cuatro puntos indispensables para ser matemáticamente competente, estos son: lo conceptual, lo procedimental, lo comunicativo y lo práctico.

Conceptualmente los sistemas de ecuaciones lineales son un conjunto de dos o más ecuaciones, donde cada una de éstas es de primer grado, además pueden tener dos o más variables comunes y tienen por finalidad encontrar los valores de éstas para satisfacer simultáneamente el conjunto de ecuaciones. Un sistema puede tener única solución, infinitas soluciones o no tener soluciones (Herrera, *et al.*, 2004).

Luego “un sistema con única solución o infinitas soluciones es un sistema consistente y el que no tiene solución es inconsistente” (Ángel, 2008, p.233).

Procedimentalmente los sistemas de ecuaciones lineales presentan métodos de soluciones gráficas y numéricas. El método gráfico es poco utilizado, pero tiene una implicación didáctica mayor, éste permite la visualización del objeto matemático en el plano cartesiano. Los métodos numéricos presentan una aplicación de propiedades algebraicas y son de mayor utilidad que los métodos gráficos. Y entre ambos conforman el conjunto de métodos que permite dar solución a los sistemas de ecuaciones lineales, estos métodos son: gráfico, sustitución, igualación, reducción y determinantes (Herrera, *et al.*, 2004).

Para la implementación de la unidad didáctica se utilizaron el método gráfico y el método de reducción.

Método gráfico: “Para resolver de manera gráfica *un* sistema de ecuaciones lineales con dos variables, se grafican ambas ecuaciones del sistema en los mismos ejes. La solución del sistema será el par o pares ordenados comunes a ambas rectas, o el punto de intersección de las rectas del sistema” (Ángel, 2008, p.233).

Método de reducción: “Con este método se busca utilizando operaciones de adición o sustracción eliminar una de las variables de las ecuaciones, para obtener una sola variable, la

cual se despeja y luego se sustituye su valor en alguna de las ecuaciones iniciales” (Ángel, 2008, p.234).

Finalmente, el propósito principal de la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, es que los estudiantes sean capaces de distinguir entre sus diferentes usos y los puedan aplicar en materias donde el objeto es un subtema para el desarrollo de otros temas más complejos, como son: la función afín, límites, derivadas y continuidad entre otros.

2.2 Práctica docente

Entendida esta práctica como la que se centra en el maestro, en la manera en la que trabaja, se expresa, se comporta y se relaciona. Es decir, la descripción de sus hábitos, acciones y estilos en un contexto educativo. De acuerdo con De Lella (1999) sostiene que,

La práctica docente se concibe como todas aquellas actuaciones que el docente realiza en el aula con el propósito de enseñar y la distingue de la práctica educativa en lo institucional global y el carácter social de la práctica del docente (p.13).

No obstante, no se debe desconocer que la práctica docente involucra dos actores, el estudiante y el docente, y este último debe ser especialista en lo que enseña, en este caso matemáticas, su historia y epistemología. Además, debe tener conocimientos amplios, claros y precisos en la metodología y didáctica de esta disciplina, lo cual incluye conocimientos de diseño y desarrollo curricular, diseño y uso de medios y materiales de instrucción y, por fin, métodos y técnicas de evaluación de los aprendizajes (Briones, 1999).

Por esta razón se propone analizar la práctica docente desde tres categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad, (González-Weil *et al.*, 2012), las cuales contribuyeron con la reflexión de lo sucedido en el aula durante la implementación de la unidad

didáctica diseñada desde la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau.

2.2.1 Secuencia didáctica.

La *secuencia didáctica* está relacionada con la pregunta ¿qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran? La misma tiene en cuenta la forma en que se plantea la situación problema a los estudiantes, el inicio, desarrollo y cierre de la sesión; la claridad en las instrucciones dadas a los estudiantes, la manera en que se generen inquietudes y cuestionamientos en contextos reales, para la construcción de conocimientos facilitando y regulando el aprendizaje. Así como la relación entre la situación planteada y el contenido, la reorientación de su práctica en el aula de acuerdo a los intereses de los estudiantes, el uso de material didáctico como mediador cognitivo y las estrategias para recuperar y articular saberes (González-Weil *et al.*, 2012).

2.2.2 Competencia científica.

La *competencia científica*, relacionado con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? (González-Weil *et al.*, 2012), hace referencia a la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes y a la forma como se enseñan; se evidencian cuando el docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de la comunicación en sus diferentes formas para articular los saberes previos con nuevos aprendizajes, al hacer uso del lenguaje disciplinar apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes y cuando se apropia de estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

2.2.3 Interactividad.

La *interactividad* se refiere a ¿qué características tiene la interacción profesor – alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? características que se identifican con la presencia de un

proceso activo de negociación. Además, de la construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático que propician el andamiaje, las cuales se evidencian en el trabajo colaborativo a través de estrategias que posibilitan el aprendizaje al hacer preguntas relacionadas con las inquietudes de los estudiantes (González-Weil *et al.*, 2012).

Como se mencionó anteriormente, las categorías descritas permiten analizar la práctica docente de los investigadores, práctica que se interpretará a partir de la metodología de la indagación.

2.3 Metodología de la indagación

La indagación se describe como una estrategia innovadora para aprender y enseñar, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas; con la intención de encontrar una relación dinámica, fuerte y viva entre palabra, reflexión y acción argumentada, generando una interacción explicada desde la comprensión y significación de los participantes (Uzcátegui y Betancourt, 2013).

En este sentido, la metodología de la indagación especifica el rol del docente en crear un ambiente que motiva al estudiante a participar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de manera activa, abandonando su papel de transmisor de conocimientos para desempeñar un rol de guía, introduciendo medios de aprendizaje y haciendo uso de preguntas que promueven la investigación, despertando la curiosidad de los estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión (Cristóbal y García, 2013). Por tanto, compromete al docente en: promover el diálogo en el aula, formular constantemente preguntas, dar tiempo suficiente para responder, hacer retroalimentación cada vez que la enseñanza y el aprendizaje lo requiera, posibilitar la evaluación formativa a través de la autoevaluación y la evaluación entre pares (Harlen, 2013).

En consecuencia, se reconoce al docente como, quien facilita la situación problema con la intención de plantear, cuestionar y someter a prueba hipótesis, razonamientos, conclusiones; mientras observa, toma nota para luego orientar esos razonamientos hacia el saber (Amador, Rojas y Sánchez, 2015), siendo un mediador que posibilita la construcción de significados y acerca al estudiante hacia el conocimiento, dicha construcción es permitida por medio de un modelo de fases dinámicas que se conoce como indagación práctica (Bustos, 2011).

Para los propósitos de esta investigación, las fases de la indagación práctica fueron integradas en la matriz (Anexo 2) usada para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente. Las fases son:

Hecho desencadenante: el docente da inicio al desarrollo de la clase planteando un problema que promueve la participación de los estudiantes desde sus saberes previos y en el proceso tanto docente como estudiantes se involucran en interacciones en torno a situaciones que generan nuevas ideas.

Fase de exploración: se generan situaciones que son exploradas de manera individual y en sesiones de grupo de manera cooperativa a partir de la combinación de un mundo compartido y un mundo reflexivo, al realizar búsqueda y elección de información, búsqueda de hipótesis, esta información es discutida, corroborada y así mismo valorada.

Fase de integración: se construyen significados a partir de la participación de todos, se integran y sistematizan ideas de manera progresiva, el profesor orienta el proceso de manera correcta en las situaciones en el pensamiento crítico.

Fase de resolución: se centra en la resolución del problema y la evaluación de la solución propuesta, al hacer un análisis riguroso de las explicaciones o soluciones acordadas a las situaciones propuestas. (Bustos 2011, citado por Amador *et al.*, 2015, p. 40)

La metodología de la indagación se concretó en la planeación, organización y construcción de la unidad didáctica para la enseñanza de *sistema de ecuaciones lineales de 2x2*.

2.4 Unidad didáctica

Existen varios significados relativos al concepto de unidad didáctica. En esta investigación se adopta la propuesta por Coll (1991), quien la define como la unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza y aprendizaje que tiene una duración fija, precisa de objetivos, bloques elementales de contenido, actividades de aprendizaje y actividades de evaluación.

Por tanto, se considera como una forma de planificar el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad (Escamilla, 1992).

En este sentido, según el Ministerio de Educación Nacional (1992), la unidad didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos.

El diseño, planeación y organización de la unidad didáctica en esta investigación, como se mencionó anteriormente, se hizo teniendo en cuenta la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau.

2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau

Guy Brousseau (citado en Sadovsky, 2005) plantea un modelo que rompe con los esquemas tradicionales y saca al estudiante del sistema de sólo recibir los conocimientos por parte del profesor y lo introduce en una interacción que lo lleva a la producción de conocimientos, donde se piensa la enseñanza desde una mirada de producir a partir de lo que ya se sabe y es el docente quien debe genera espacios que llevan al estudiante a la construcción de estos nuevos saberes.

Las situaciones didácticas de Brousseau son:

Situación acción, permite al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En consecuencia, la situación acción (experimentando – descubriendo) tiene que ver con el trabajo individual que realiza el estudiante interactuando con el medio didáctico generado por el maestro y pensado en el estudiante, el cual responde a despertar el interés del estudiante, ya que el problema propuesto no tiene respuesta inmediata, así lo lleva a pensar y diseñar una serie de estrategias de solución para dicho problema.

Situación de comunicación, en ésta el estudiante intercambia con sus compañeros información, lo cual exige que intervenga en ella, formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías y los ponga a prueba con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y tome los que le son útiles para continuarla (Gómez, 2001. p, 5).

Por consiguiente, la situación de comunicación (hipótesis – comunicado) requiere de la comunicación de los estudiantes, llevándolos a generar interacción con el otro en relación con el problema planteado y donde cada integrante debe ser partícipe activo aportando ideas de solución las cuales emergen de la interrelación con el medio didáctico.

Situación de validación, momento de comprobación de la validez en las respuestas del estudiante al problema; para esto él debe poder validar la situación. Es decir, debe hacer declaraciones que se someten a juicio de sus interlocutores, quienes rechazan o aceptan sus afirmaciones; se hace necesario que la propia situación informe al alumno si lo ha hecho bien o no, si su solución es acertada, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro.

Así la situación de validación (demostración – comprobación), consiste en poner a discusión las ideas obtenidas en la interacción grupal. Los estudiantes validan su conocimiento por medio de pruebas para poder demostrar frente a los demás su afirmación con ayuda de argumentos.

Situación de institucionalización, momento en el que el docente concilia los saberes que el estudiante ha emitido a lo largo de las situaciones anteriores con el saber cultural o científico, creando sentido entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural cuando concluye, recapitula, sistematiza, ordena y vincula las producciones de los estudiantes, preservando el sentido de los conocimientos científicos.

En la situación de institucionalización (formalización), el estudiante ha generado una serie de concepciones frente al problema planteado y es aquí donde se culmina el proceso, convirtiéndose ésta en el cierre de la situación didáctica. El maestro se involucra de forma más activa en el proceso, toma lo realizado por los estudiantes hasta el momento y lo formaliza, lo pasa de un saber personal a uno institucional, a un saber socialmente elaborado. (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001)

Capítulo III. Metodología

En este capítulo se presenta la sustentación metodológica que permitió el desarrollo del proyecto, tipo y diseño de investigación, técnicas e instrumentos y fases realizadas durante el proceso investigativo.

3.1 Tipo de investigación

La investigación es de tipo cualitativo, de corte descriptivo interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), puesto que “brinda descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” (p.9), busca comprender y reflexionar sobre la práctica docente en su entorno natural como lo es, el aula. Para este caso el propósito es interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2 x 2 en el grado noveno.

El trabajo se enfoca en el análisis del registro y sistematización de información asociada a las acciones y discursos del docente a partir de las transcripciones de videograbaciones de clase realizadas durante la implementación de la unidad didáctica.

3.2 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación se toma desde la teoría fundamentada, “lo cual significa que la teoría va emergiendo fundamentada en los datos” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 444). Para el diseño se consideran tres momentos:

Inicialmente se toma como antecedente primario, antes de la formación posgradual, la observación de tres clases de los investigadores a través de videograbaciones de la práctica del

docente en el aula, las cuales se transcriben para buscar acciones recurrentes, línea a línea, y desde la codificación abierta de la teoría fundamentada, permiten “analizar y generar por comparación constante categorías iniciales de significados” (Hernández *et al.*, 2010, p. 494), con este conjunto de categorías emergentes, se construyó la visión retrospectiva de los docentes.

Después, a través de la codificación axial se establecen conexiones entre las categorías y de allí emergen subcategorías (Hernández *et al.*, 2014); que permiten caracterizar la práctica de los maestros investigadores.

En un segundo momento, posterior a la revisión documental, se diseñó y planeó una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación, la cual se implementa en tres sesiones de clase que son grabadas, transcritas en un procesador de texto y posteriormente importadas y analizadas en el software Atlas.ti, donde se realiza la codificación de acuerdo a los ítems según instrumento de recolección y sistematización de información (Anexo 1), lo que posibilita de manera recurrente describir las acciones de los docentes según categorías, subcategorías e ítems del instrumento.

En el tercer momento, para analizar la información sistematizada se tiene en cuenta la matriz para el análisis de los datos, construida a partir de las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución (Bustos, 2011) (Anexo 2). Fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección de información, para describir la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes, generando un modelo teórico y explicativo a través de la codificación selectiva.

Se escribe un diccionario, donde se relacionan las definiciones teóricas y algunas apreciaciones propias de los investigadores, sobre los elementos conceptuales que conforman los instrumentos de análisis de la información, esto tiene por objetivo tanto disminuir la subjetividad

al realizar el proceso de codificación como servir de insumo para realizar el análisis y la discusión de los datos.

3.3 Técnica e instrumentos de investigación

3.3.1 Observación.

La observación implica el análisis y la síntesis, la actuación de la percepción y la interpretación de lo percibido. O sea, la capacidad para descomponer o identificar las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo. Es decir, esa facultad para identificar y conocer el conjunto de cualidades y partes de los objetos y fenómenos de la realidad que actúan directamente sobre los sentidos, ya que por medio de éstos sólo se conocen algunas cualidades aisladas (Cerde, 1991, p.237).

En la investigación se asume la técnica de recolección de información a partir del registro video gráfico de las sesiones de clase que conforman la unidad didáctica, y en función de que los investigadores personalmente manejan lo sucedido en el aula, se considera que es una observación participante, en la que su objetivo se enmarcó en conocer el fenómeno desde dentro y por cuanto los investigadores se observan a sí mismos, se considera que es una observación “*natural*”, ellos pertenecen a la comunidad donde se observó el fenómeno, y esto facilita el trabajo de recolección de datos (Cerde, 1991, p.241).

De aquí, que la observación que permite describir la práctica docente desde las categorías propuestas por González-Weil et al., (2012): secuencia didáctica, competencia científica e interactividad.

3.3.2 Estudio de caso por auto observación

La auto observación como criterio científico de investigación, se ha fortalecido en los últimos años en la comunidad académica, en particular la enfocada a estudiar la enseñanza y el aprendizaje escolar, con las reflexiones de los investigadores sobre sus propias prácticas; como se evidencia en Gómez (2007) y Brousseau (2007).

La investigación cualitativa no parte de hipótesis y, por lo tanto, no pretende demostrar teorías existentes, más bien busca generar teoría a partir de los resultados obtenidos (Martínez, 2011, p.17). De igual manera Hernández (et al., 2010, p. 395) sostienen que el objetivo central en los estudios cualitativos se enmarcan en la manipulación de elementos subjetivos, y que esto no es viable en comunidades ampliamente numerosas, por lo que entre menor sea la cantidad de casos, mayor conocimiento se puede hacer del objeto a investigar; razón por la cual para esta investigación se ha toma un estudio de caso representado en dos docentes de básica secundaria que orientan matemáticas, nombrados en propiedad y becados por el Ministerio de Educación Nacional.

3.3.3 Instrumentos para recolección de datos

El instrumento para la recolección y sistematización de datos (Anexo 1) que permitió describir la práctica docente tiene como referente las categorías de análisis propuestas por González-Weil (*et al.*, 2012):

Secuencia didáctica, en la que se pretende responder a la pregunta: ¿qué actividades se realizan en el salón y cómo se estructuran? A través de las subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles, orientación explícita de la actividad y el docente como guía.

Competencia científica, en relación con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? tiene dos subcategorías: promoción

de conocimiento, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

Interactividad, relacionada con la pregunta ¿qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? a través de las subcategorías: presencia de un proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes; y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

La siguiente tabla muestra las categorías descritas anteriormente.

Tabla 1
Categorías y subcategorías de la práctica docente

Categoría	Subcategoría
Secuencia Didáctica	Actividad medular
	Momentos de la clase flexibles
	Orientación explícita de la actividad
	El docente como guía
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.
	Enseñanza de las competencias disciplinares.
Interactividad	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.
	Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Fuente: Macroproyecto de matemática, 2016.

Para la validación del instrumento se siguieron los siguientes pasos:

El primer piloto del instrumento se hizo a través del Semillero en Didáctica de la Matemática, SEDIMA, de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Posteriormente, fue revisado por los maestrantes inscritos en el macroproyecto de matemática, becarios del Ministerio de Educación Nacional, primera y segunda cohorte, quienes realizaron los ajustes requeridos teniendo en cuenta los fundamentos teóricos que direccionan esta investigación. Con estos insumos se procedió a hacer otra prueba piloto con estudiantes del programa de Licenciatura en Pedagogía Infantil en el curso “Construcción y didáctica de las

matemáticas tres”; a partir del cual se hacen ajustes al instrumento (Anexo 1) y a la matriz de análisis (Anexo 2), para posteriormente ser validados por dos expertos en esta área.

3.3.4 Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación

práctica

La matriz para el análisis del instrumento (Anexo 2) se construye teniendo en cuenta las fases de la indagación práctica (Bustos, 2011), fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información (Anexo 1), para establecer el nivel de apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes observados. La Tabla 2, resume dichas fases y subcategorías.

Tabla 2
Fases y subfases de la indagación práctica

Fases	Subfases
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa Exploración de conocimientos previos Planteamiento del problema contextualizado Involucrar al estudiante
Exploración	Construcción de significados Búsqueda de hipótesis Sesiones de grupo para exploración cooperativa Aporte individual de ideas para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada Búsqueda y elección de información
Integración	Construcción conjunta de significado a partir de las explicaciones apropiadas del problema planteado Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones
Resolución	Evaluación de la solución propuesta Confirmación y análisis de la explicación

Fuente: Macroproyecto de matemáticas, 2016.

3.4 Fases de la investigación

La investigación realizada se puede resumir en ocho fases, las cuales son garantes de los resultados presentados sobre la interpretación de la práctica docente del investigador, así:

Fase 1: problematización en la enseñanza de la matemática en el contexto nacional e institucional.

Fase 2: caracterización de la práctica docente del investigador antes de iniciar la formación postgradual, *visión retrospectiva*.

Fase 3: apropiación del saber matemático, su didáctica y la metodología de la indagación.

Fase 4: diseño, planeación y construcción de la unidad didáctica.

Fase 5: validación e implementación de la unidad didáctica.

Fase 6: interpretación de la práctica docente a partir de la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Fase 7: discusión y análisis de los datos.

Fase 8: conclusiones y recomendaciones.

Capítulo IV. Análisis de datos

Este capítulo presenta la interpretación y el estudio de la práctica docente de los investigadores, a través de los hallazgos obtenidos durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en grado noveno. Estas evidencias se obtuvieron mediante la grabación de tres sesiones de clase, las cuales fueron transcritas en un procesador de texto, posteriormente importadas y analizadas en el software Atlas.ti donde se realizó la codificación según el instrumento de recolección de información (Anexo 1) y la matriz para el análisis del instrumento (Anexo 2), conformada por cuatro fases: hecho desencadenante (HD), exploración (EX), integración (IN), y resolución (RE) (Bustos, 2011).

El programa Atlas.ti arrojó un valor numérico que indicaba el porcentaje de ocurrencia entre las citas marcadas según los ítems de la práctica docente y las fases de la indagación práctica, indicando con esto el nivel de apropiación de la metodología de la indagación por parte de los docentes durante la implementación de la unidad didáctica. Este proceso fue observado y analizado desde las categorías: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad* (González-Weil *et al.*, 2012). En los resultados de cada subcategoría se interpretaron los porcentajes de mayor y menor ocurrencia.

Para la presentación y observación de resultados se debe tener en cuenta el significado de la codificación del instrumento de recolección de información (Anexo 1), donde aparece cada ítem con un código y su descripción, por ejemplo: en 1D-9, el número 1 se refiere a la categoría *secuencia didáctica*, la “D” indica que pertenece a la subcategoría “el docente como guía” y el “9” que está referido al ítem “el docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase”. Asimismo, para la lectura de la matriz de análisis (Anexo 2), en el caso “RE-13”, “RE”

corresponde a la fase de “resolución” y el 13 se refiere a la subfase “confirmación y análisis de la explicación”.

Es así como a partir de las acciones y discursos de la práctica docente de los autores durante la implementación de la unidad didáctica, se obtuvieron 1420 para el Docente Uno y 921 registros para el Docente Dos, compilados durante las de tres sesiones que duró la implementación de la unidad didáctica. Para los propósitos de interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica los dos docentes observados, esta cantidad de registros constituyen el 100% de los datos obtenidos, como se puede apreciar en la siguiente tabla.

Tabla 3

Práctica docente

De la Práctica docente		Docente uno		Docente dos	
	Categoría	Registros	Porcentaje	Registros	Porcentaje
Categorías de Análisis	Secuencia didáctica	436	31%	276	30%
	Competencia científica	686	48%	447	48%
	Interactividad	298	21%	198	22%
	Total	1420		921	

Fuente: Elaboración propia

De la Tabla anterior, se observa que la *competencia científica* tuvo el mayor número de registros para los docentes, con el 48%, lo que representó un manejo del lenguaje matemático y didáctico claro, preciso y apropiado durante la implementación de la unidad didáctica en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

A continuación se hará un análisis e interpretación de estos datos a la luz de lo expuesto en el capítulo 3 del marco teórico según las categorías que caracterizan la práctica docente.

4.1 Secuencia didáctica

La práctica docente desde la *secuencia didáctica*, está relacionada con el interrogante: ¿qué actividades se realizan en el aula de clases y cómo se estructuran?, esta categoría se define desde cuatro subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles, orientación explícita de la actividad y el docente como guía, a través de las cuales se describe el actuar de los docentes en el aula durante la implementación de la unidad didáctica.

4.1.1 Actividad medular.

La actividad medular hace referencia al “desarrollo de la temática a través de una situación problema basado en contextos de la vida cotidiana, utilizando variados recursos y herramientas didácticas” (Sanmarti, 2002. Citado por González-Weil, *et al.*, 2012, p.89).

La siguiente tabla, muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea durante la implementación de la unidad didáctica, entre los ítems que permitieron observar e interpretar el ejercicio docente de los autores a partir de la actividad medular con las fases de la indagación práctica.

Tabla 4

Actividad medular

Metodología de la indagación –Indagación práctica	1A-1		1A-2		1A-3	
	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.		El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.		El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	
	Docente1	Docente2	Docente1	Docente 2	Docente 1	Docente 2
HD-1	9%	7%	23%	11%	25%	12%
HD-2	10%	4%	8%	5%	9%	6%
HD-3	68%	71%	54%	57%	23%	4%
HD-4	4%	1%	6%	3%	15%	19%
EX-5	3%	2%	7%	8%	1%	2%
EX-6	6%	2%	20%	12%	4%	3%
EX-7	2%	4%	8%	3%	10%	13%
EX-8	5%	4%	8%	7%	16%	11%
EX-9	7%	6%	5%	4%	59%	27%
IN-10	8%	3%	20%	12%	3%	4%
IN-11	15%	6%	9%	2%	12%	10%
RE-12	12%	10%	4%	5%	7%	4%
RE-13	3%	9%	12%	13%	19%	8%

Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior se pudo observar que los autores se apropiaron de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica; cuando desarrollaron las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales (1A – 1), al ocurrir simultáneamente en un 68 y 71%, respectivamente para los Docentes 1 y 2, con la fase hecho desencadenante de la indagación práctica por medio de planteamiento de problemas contextualizados (HD – 3).

Lo anterior se desarrolló por parte de los docentes durante la planeación e implementación de la unidad didáctica, donde propusieron acciones que permitieron la enseñanza de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, a partir de situaciones problemas relacionados con el contexto y entorno de los estudiantes, como lo es la actividad turística de la ciudad. El siguiente fragmento de la unidad didáctica muestra un ejemplo.

Susana y Camila trabajan en una empresa de telecomunicaciones, en la ciudad de Bogotá. Ellas tienen sus vacaciones programadas para el mes de junio y tienen planeado ir de paseo a la costa caribe, por tal motivo han consultado varias agencias de viajes, encontrando en “*Transporte Seguro*” la empresa que se acomoda a sus presupuestos. Camila opina que deben ir a Santa Marta para conocer y bañarse en las playas del Rodadero, pero Susana la convence para viajar a la Guajira, donde también hay playas y otros sitios exóticos. Al llegar a la terminal de transporte de la capital del departamento de La Guajira, les ofrecen dos folletos con publicidad de empresas que realizan viajes en automóviles.

“TURI TAXI”



Viajes Locales: \$ 750 por km más un adicional fijo de \$ 2500.

Viajes intermunicipales: \$ 1500 por

“TAXI CARIBE”



Viajes Locales: \$ 1000 por km más un adicional fijo de \$ 1000

Viajes intermunicipales: \$ 2000

Susana y Camila quieren llevarle unos detalles a sus compañeros de trabajo en la ciudad de Bogotá. ¿Cómo se puede ayudar a las dos turistas a decidir sobre el transporte, tanto local como intermunicipal de tal manera, que puedan economizar y llevar los regalos a sus amigos?

Fuente: Elaboración propia

Al proponer una situación problema basada en el contexto de la región, la cual fue cotidiana para los estudiantes, como lo es el turismo, permitió la participación del grupo, por medio del trabajo colaborativo, donde los integrantes dialogaron entre ellos con el fin de ayudar a las turistas a tomar una decisión sobre la empresa de transporte que debían utilizar, al visitar diferentes sitios del Departamento de la Guajira, los maestros acompañaron constantemente el

desarrollo de las actividades, atendieron inquietudes e indagaron a través de preguntas, promoviendo la socialización de los procesos desarrollados.

En el siguiente fragmento de transcripción e imágenes de una de las sesiones durante la implementación de la unidad didáctica, se muestra la participación de los estudiantes:



Docente uno	Docente dos
<p>D: ¿De qué se trata la situación problema?</p> <p>E: Profe, se trata de dos turistas que vienen a la Guajira a conocer diferentes sitios turísticos de Riohacha y el Departamento.</p> <p>D: ¿Cuál es la ayuda que se debe prestar a las turistas?</p> <p>E: Ayudar a las turistas a decidir sobre la empresa de taxi que le permita economizar en transporte para llevarles regalos a sus compañeros de trabajo en Bogotá.</p> <p>(Galvis, 2017, p.5).</p>  <p>Estudiantes participan en el desarrollo de las actividades.</p>	<p>D: Acuérdense que ellas quieren llevar unos regalos a sus amigos en Bogotá, en cuál de estas dos empresas le sale más económico. Entonces, ¿los viajes locales que hicieron fue hasta el hotel, hasta ahora, e intermunicipal cual viene siendo?</p> <p>E: A Manaure.</p> <p>D: A Manaure, bueno, como saben el valor de sacar cual empresa le sale más barato los viajes local e intermunicipal.</p> <p>E: Sacándoles las variables al taxi caribe y al turi taxi para ver cuál sale más barato. (Oviedo, 2017, p.5).</p>  <p>Estudiantes participan en el desarrollo de las actividades.</p>

Ilustración 1. Estudiantes participan en el desarrollo de las actividades.

Fuente: Elaboración propia

Los ejemplos anteriores, mostraron la participación de los estudiantes a través de distintos acercamientos de respuestas a la problemática de las turistas, el cual consistía en ayudar a decidir sobre el medio de movilidad que debían tomar con el propósito de ahorrar dinero, con el fin de llevarles regalos a sus amigos. Los diferentes grupos diseñaron un plan trabajo teniendo en

cuenta la información de los folletos, en el proceso se observó el uso de letras que representaban incógnitas de costo y espacio recorrido por parte de las empresas de transporte, durante la sustentación de la actividad los educandos plantearon ecuaciones lineales, para determinar el valor de los servicios prestados por las compañías de taxis.

El planteamiento de situaciones problemas realistas y contextualizadas, permitieron que los educandos se involucraran de manera activa en su resolución, como afirma (Zamora, 2013, p. 43) “la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se refuerzan con conceptos que se presentan en un contexto familiar o conocido por los estudiantes”. Esto posibilita dotar de significado a las matemáticas al mostrar su aplicación en la vida cotidiana.

La enseñanza de contenidos a través de situaciones problemas en contextos reales no se presentó en las intervenciones de la visión retrospectiva de la práctica de los docentes, la misma estuvo centrada en utilizar los ejercicios propuestos por los libros, los cuales son de tipo algorítmicos y matemáticos, la mayoría están alejados de la cotidianidad de los estudiantes, como se observa en los siguientes fragmentos de transcripción e imágenes:



Docente uno	Docente dos
<p>D: Abran sus libros de matemáticas en la página 95, de allí van a resolver los puntos uno y dos. E: ¿Todos, profe? D: Deben guiarse por los realizados en clases. E: Bueno profe.</p>  <p>Los estudiantes repitiendo los ejercicios modelos del libro, y el docente se limita a cuidar actividad.</p>	<p>D: Bueno, hoy vamos a ver la multiplicación de decimales, espero que la entiendan como la suma y la resta. E: Bueno señor. D: Abran sus libros de matemáticas en la página 35.</p>  <p>Los estudiantes repitiendo los ejercicios modelos del libro, y el docente se limita a cuidar la actividad.</p>

Ilustración 2. Los estudiantes repitiendo los ejercicios modelos del libro, y el docente se limita a cuidar la actividad.
Fuente: Elaboración propia

Las transcripciones anteriores y las imágenes muestran que la práctica de los docentes, se basaba en desarrollar los ejercicios y problemas matemáticos que vienen propuestos en los textos y los ejemplos que los maestros realizaban como guía para resolver otros, de esta manera se mostraba la matemática aislada de la realidad de los estudiantes. Así, cuando la enseñanza se centra en la transmisión de contenidos memorísticos, basados en saberes acabados y completos, desmotivan a los estudiantes, alejándolos de su curiosidad e interés inicial por las ciencias (Gómez, 2006).

De otro lado, en la Tabla 4 también se pudo observar que en la subcategoría actividad medular hubo porcentajes bajos, que indican menos apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente de los autores. Por ejemplo, en el ítem (1A – 3), “la utilización de variados recursos para la construcción del conocimiento”, obtuvo una coocurrencia del 1 y 2% respectivamente al ocurrir simultáneamente con la construcción de significados (EX – 5).

Es de resaltar que los docentes incluyeron dentro de la planeación de la unidad didáctica el uso de materiales concretos como se muestra en los siguientes fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
<p>D: (Entrega a cada grupo materiales para desarrollar la actividad, Cartulina, marcadores de diferentes colores, fotocopias con la situación problema, informa que los estudiantes pueden usar calculadora, los teléfonos).</p> <p>E: (Los estudiantes se organizan en sus sitios de trabajo, para empezar a trabajar la situación planteada para la sesión de clases) (Galvis, 2017, p.5).</p>	<p>D: (El docente proyecta en el tablero a través de un video beam, el ejercicio entregado en las copias, para que sea leído por algún estudiante en forma voluntaria).</p> <p>E: Un estudiante lee el ejercicio proyectado en el tablero. (Oviedo, 2017, p.3).</p>

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos se mostró que los docentes utilizaron variados recursos, durante la implementación de la unidad didáctica, pero no fueron significativos en la construcción del nuevo conocimiento, porque no lograron trascender como mediadores entre la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

4.1.2 Momentos de la clase flexibles.

Esta subcategoría se refiere a los “ajustes que se hacen durante la clase de acuerdo con las necesidades del alumno y se ponen al servicio del desarrollo de la actividad” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.89). Estos momentos se reflejan en los cambios que hace el docente a lo largo de la implementación de la lección, igualmente a las acciones requeridas en la puesta en marcha de la unidad didáctica y no previstas en su diseño inicial.

La siguiente tabla muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea, durante la implementación de la unidad didáctica entre los ítems que permitieron observar, describir e interpretar el ejercicio de los docentes a partir de los momentos de la clase flexible, con las fases de la indagación práctica.

Tabla 5

Momentos de la clase flexible

Metodología de la indagación – Indagación práctica	1B-4 El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.		1B-5 El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza.		1B-6 El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	
	Docente1	Docente2	Docente1	Docente 2	Docente 1	Docente 2
HD-1	12%	11%	35%	48%	3%	5%
HD-2	10%	5%	15%	25%	7%	4%
HD-3	21%	14%	13%	10%	8%	5%
HD-4	9%	10%	24%	12%	5%	10%
EX-5	30%	28%	20%	13%	5%	4%
EX-6	10%	25%	10%	8%	10%	3%
EX-7	49%	23%	12%	20%	68%	77%
EX-8	13%	10%	12%	2%	21%	17%
EX-9	18%	20%	10%	8%	17%	10%
IN-10	15%	13%	8%	7%	11%	13%
IN-11	10%	13%	21%	12%	15%	10%
RE-12	6%	8%	1%	1%	12%	11%
RE-13	18%	9%	12%	10%	9%	2%

Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior, se pudo observar que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, cuando acompañaron a los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos (1B – 6), con 68 y 77%, docente 1 y 2 respectivamente. Al ocurrir simultáneamente con la fase exploración de la indagación práctica en las sesiones de grupo para la exploración cooperativa (EX – 7).

Es de resaltar, que los autores flexibilizaron su estrategia durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, lo que permitió trabajar en forma participativa y colaborativa, esto generó confianza entre ellos y los docentes, creando un

ambiente favorable hacia su propia formación; como se muestra en el siguiente fragmento de transcripción:

Docente uno	Docente dos
<p>D: El docente observa el trabajo de los diferentes grupos.</p> <p>E: Profe, hágame el favor.</p> <p>D: Sí, ¿dígame en que le puedo colaborar?.</p> <p>E: ¿Qué se debe hacer?</p> <p>D: ¿Qué te está planteado la situación?</p> <p>E: El problema me pide ¿Cómo se podría ayudar a las dos turistas a determinar el valor de cada artículo de regalo para sus compañeros de trabajo?</p> <p>D: ¡Qué bien!, ¿luego de que artículos te hablan?</p> <p>E: Manillas y collares de la cultura wayuu.</p> <p>D: Recuerda como se hizo con las empanadas y refrescos de la actividad inicial.</p> <p>E: Ah..., claro profe lo que cambian es el nombre de los objetos allá eran empanadas y refrescos y aquí son manillas y collares, listo profe se plantea igual.</p> <p>D: ¡Qué bueno!, felicitaciones, adelante que si puede. (Galvis, 2017, p.10)</p>	<p>(La docente se dirige al grupo 3)</p> <p>D: ¿cómo vamos?</p> <p>E: (leyendo la situación).</p> <p>Lo primero seria, determinar el valor del transporte local e intermunicipal de los viajes que hacen, y aquí encontramos dos informaciones importantes que nos pueden ayudar (mostrando los folletos), el costo de los viajes y los descuentos de las dos empresas, que vienen siendo taxi caribe y turi taxi.</p> <p>D: ¡Muy bien!, ¿Qué creen Uds. que es lo primero que deben hacer?</p> <p>E: Determinar cuál de los dos ofrece mejores precios.</p> <p>D: ¡Bien!, y para eso ¿qué deben hacer primero?.</p> <p>E: Plantear la ecuación.</p> <p>D: y para plantear la ecuación ¿qué es lo primero que deben hacer?</p> <p>E: Hallar la incógnita.</p> <p>D: ¿Cuál sería la incógnita en esta situación?</p> <p>E: Los valores.</p> <p>D: ¿cuáles valores?</p> <p>E: Viajes locales e intermunicipales.</p> <p>D: ¡Muy bien!, el valor del viaje local y el valor del viaje intermunicipal. (Oviedo, 2017, p.5)</p>

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos se mostró cómo los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación, observando y acompañando a los estudiantes en las actividades que realizaban acerca de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, los autores estuvieron atentos a los requerimientos y a los ritmos de aprendizaje, flexibilizando la lección a través del uso de preguntas de modo que sean el elemento central para indagar sobre la comprensión de la situación problema planteada, también se monitoreó permanentemente a los educandos cuando comunicaban sus estrategias, esto permitió una clase abierta con participación individual y

colectivamente de tal manera que pudieron “activar, los intereses, la motivación y las estrategias de autorregulación que conocen y pueden poner en marcha” (Bustos, 2011, p.89).

En los fragmentos también se pudo observar como los docentes acompañaron a los estudiantes en el proceso de construcción de nuevos conocimientos, en la enseñanza paso a paso de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, desde la planeación de la unidad didáctica, cuando se propuso una situación problema basada en el turismo, la cual resolvieron por los métodos gráfico y reducción, esto permitió que los autores apoyaran a los educandos según sus avances, teniendo en cuenta su ritmo de aprendizaje, como se puede apreciar en la siguientes imágenes:

Docente uno	Docente dos
 <p data-bbox="188 1304 797 1362">El docente acompaña a los estudiantes, en la construcción de conocimiento.</p>	 <p data-bbox="829 1304 1438 1362">El docente acompaña a los estudiantes, en la construcción de conocimiento.</p>

Ilustración 3. El docente acompaña a los estudiantes, en la construcción de conocimiento.

Fuente: Elaboración propia

En las imágenes anteriores, se pudo observar la forma cómo los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, acompañaron permanentemente a estudiantes en la construcción de conocimiento, atendiendo las necesidades específicas de los grupos de trabajo y las particularidades individuales.

Cabe destacar que el acompañamiento de los maestros a estudiantes en la construcción de conocimientos, no fue una fortaleza en las intervenciones de la visión retrospectiva de su práctica docente, puesto que no planteaban estrategias que dieran la oportunidad de construir nuevos conocimientos a los educandos, las clases se realizaban en forma magistral, se limitaban a cumplir con el tema planeado en su preparador de clases, como se puede apreciar en las siguientes imágenes:



Docente uno	Docente dos
 <p data-bbox="188 1192 756 1220">El docente transmite informacion de contenidos.</p>	 <p data-bbox="797 1182 1365 1209">El docente transmite informacion de contenidos.</p>

Ilustración 4. El docente transmite información de contenidos.

Fuente: Elaboración propia

En las imágenes, se pudo observar que los docentes se limitaban a transcribir en el tablero lo que se hubo planeado en sus preparadores de clases, la enseñanza de las matemáticas se planteaba con ejemplos abstractos los cuales resultaban difíciles de asimilar, en este caso los estudiantes de dedicaban a reproducir en sus libretas, dando lugar muchas veces al aburrimiento y a la pérdida de interés.

Cuando la enseñanza se centra en el docente y en la transmisión de contenidos, son clases magistrales que fomentan la pasividad y la falta de participación del estudiante, además que

dificulta la comunicación entre el docente y los alumnos, el docente debe desarrollar estrategias a fin de comunicarse adecuadamente con el estudiante, dado que se espera una relación docente-estudiante enfocada ya no solo en los contenidos sino también a las habilidades de los estudiantes para el aprendizaje eficaz (Bustos, 2011, p.90).

Por otro lado, en la Tabla 5 se pudo observar, que en la subcategoría momentos de la clase flexible, a pesar de que los docentes llevaron a cabo una planeación paso a paso del proceso de enseñanza (1B – 5), este aspecto obtuvo el menor porcentaje durante la implementación de la unidad didáctica con 1%, con los docentes, al describirla desde la ocurrencia simultánea con la indagación práctica en la “evaluación de la solución propuesta” (RE – 12). En esta parte los autores lograron avances menos significativos, teniendo en cuenta que se posibilitó guiar y monitorear los procesos de aprendizaje, no se realizaron suficientes acciones para la confirmación y el análisis riguroso de las explicaciones o soluciones dadas por los estudiantes.

4.1.3 Orientación explícita de la actividad.

Referida a las “orientaciones claras de los docentes en los procesos que se desarrollan en el tiempo que dura toda la clase, supervisando el trabajo de los estudiantes y reiterando los objetivos a alcanzar” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.89). En la tabla se muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea, durante la implementación de la unidad didáctica entre los ítems que permitieron describir e interpretar la práctica docente de los autores, a partir de la orientación explícita de la actividad con las fases de la indagación práctica.

Tabla 6

Orientación explícita de la actividad

Metodología de la indagación – Indagación práctica	1C-7 El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.		1C-8 El docente facilita y regula el aprendizaje.	
	Docente1	Docente2	Docente1	Docente 2
HD-1	8%	21%	10%	3%
HD-2	11%	5%	13%	4%
HD-3	8%	10%	12%	10%
HD-4	6%	4%	4%	6%
EX-5	6%	2%	20%	37%
EX-6	8%	6%	30%	28%
EX-7	25%	12%	11%	7%
EX-8	22%	12%	3%	5%
EX-9	11%	11%	10%	14%
IN-10	25%	16%	42%	45%
IN-11	14%	11%	18%	13%
RE-12	6%	8%	25%	18%
RE-13	1%	0%	24%	14%

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla, se pudo observar que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, cuando facilitaron y regularon el aprendizaje de los estudiantes (1C – 8), al ocurrir simultáneamente con la fase integración de la indagación práctica con 42 y 45%, respectivamente Docente 1 y 2, en la “construcción conjunta de significados” a partir de la explicación apropiada del tema planteado (IN – 10).

Lo anterior se desarrolló por parte de los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, donde propusieron actividades que permitieron la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas 2 x 2, a partir de situaciones problemas relacionados con el contexto de los estudiantes, como es el transporte, según se muestra el siguiente fragmento de transcripción:

Docente uno	Docente dos
-------------	-------------

D: Bueno jóvenes para ayudar a las turistas a determinar el valor de los pasajes y decidir en cual categoría pueden viajar, se va a seguir trabajando en grupo, recuerden que es en forma colaborativa, todos deben participar en el análisis y desarrollo de la situación planteada, cada grupo recibirá un sobre donde encontrarán unas instrucciones para la presente actividad. En caso de presentarse duda o inquietud, me llama y con gusto los atiendo. (Galvis, 2017, p.10)	D: Bueno entonces Uds. ahorita se van a reunir en grupos y vamos a realizar esta situación. (Señala la proyección que está en el tablero). Cuando me vayan a hacer una pregunta me van a levantar la mano, si, no van a hablar todos al mismo tiempo, luego vamos a hacer la socialización de los resultados de esa actividad, estaré pasando por los diferentes grupos de trabajo. (Oviedo, 2017, p. 2)
---	--

Fuente: Elaboración propia

El ejemplo anterior, mostró la orientación explícita de una actividad por parte de los docentes, en este caso los estudiantes recibieron indicaciones pertinentes, las cuales fueron entregadas en forma escrita a través de un sobre y también en el tablero. Esto permitió el trabajo en equipo al desarrollar una situación problema en clase durante la implementación de la unidad didáctica, para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

También es de resaltar que se contó con mayor duración para atender las necesidades, inquietudes o sugerencias de los distintos grupos, lo cual fue provechoso por parte de los maestros porque les permitió conocer diferentes ritmos de formación en los educandos. Es decir, cuando el profesor “explica y reitera instrucciones, los objetivos a alcanzar, supervisa el trabajo del alumnado y gestiona de manera eficiente el tiempo esto contribuye a mantener el orden en el proceso de enseñanza y aprendizaje” (González-Weil, et al., 2012. p.91).

Contrario a estas características, en la visión retrospectiva de la práctica docente de los autores, se observó instrucciones poco precisas, para el desarrollo de actividades en clase, como se registró en los siguientes fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
-------------	-------------

<p>D: Jóvenes presten atención se van a reunir en grupo de tres, para desarrollar los ejercicios sobre la pendiente de una recta, cuando estén organizados pasaré a entregarles una fotocopia, solamente van desarrollar los que les señale.</p> <p>E: profe no recuerdo cómo hacerlo.</p> <p>D: En el cuaderno deben tener varios ejemplos que se explicaron en clases, trabajen mientras termino de revisar los talleres de la actividad anterior. (Galvis, 2016, p.20)</p>	<p>D: Reúnanse en grupo para hacer la actividad, que deben entregarla y va a pasar un estudiante a explicarla en el tablero.</p> <p>E: Señor, ¿cómo hacemos con lo que no entendamos?</p> <p>D: Se pueden orientar de los ejemplos que tienen en sus cuadernos. Todos deben estar trabajando. (Oviedo, 2016, p. 12)</p>
---	---

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos anteriores, se mostró que los docentes permitían el trabajo en grupo, sin tener en cuenta la forma como se conformaban, las instrucciones no eran claras para orientar a los estudiantes en el desarrollo de las actividades propuestas en clase, además no se hizo acompañamiento, se daba por hecho que los educandos conocían los pasos a fin de resolver los ejercicios propuestos, cuando los profesores eran requeridos por algunas inquietudes, estas no eran debidamente atendidas, sino que se remitían a los ejemplos que estaban consignados en las libretas de apuntes, con estas acciones no se acompañó a la construcción de nuevos conocimientos.

Asimismo, en la Tabla 6, también se pudo observar que en la subcategoría orientación explícita de la actividad, hubo porcentajes bajos que indican menos apropiación de la metodología de la investigación en el ejercicio docente de los autores. Por ejemplo, en el ítem (1C – 7), “las orientaciones claras a los estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo”, obtuvo una coocurrencia del 1 y 0% respectivamente, al ocurrir simultáneamente con la fase resolución de la indagación práctica, confirmación y análisis de la explicación (RE – 13).

En esta parte los investigadores lograron avances menos significativos, teniendo en cuenta que se centró el análisis y descripción de su práctica en facilitar la participación de los

estudiantes a través de las instrucciones para desarrollar las acciones, pero fueron poco reflejados en el momento de sustentar las actividades.

4.1.4 El Docente como guía.

Referida al rol del docente en el tiempo que transcurre la clase, “guía, interactúa y retroalimenta a sus estudiantes durante el desarrollo de la actividad” (González-Weil, et al., 2012, p.89). En la Tabla 7, se observa el porcentaje de ocurrencia simultánea, mientras dura la implementación de la unidad didáctica entre los ítems que permitieron describir e interpretar el procedimiento de los autores a partir del docente como orientador con las fases de la indagación práctica.

Tabla 7

El Docente como Guía

Metodología de la indagación – Indagación práctica	1D-9		1D-10	
	El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.		El docente promueve en los estudiantes la socialización de resultados.	
	Docente1	Docente2	Docente1	Docente2
HD-1	6%	13%	23%	17%
HD-2	30%	25%	18%	31%
HD-3	11%	10%	7%	4%
HD-4	2%	7%	38%	30%
EX-5	5%	6%	5%	5%
EX-6	20%	13%	5%	4%
EX-7	2%	3%	10%	12%
EX-8	3%	2%	1%	1%
EX-9	10%	5%	9%	8%
IN-10	35%	27%	2%	22%
IN-11	20%	23%	3%	21%
RE-12	10%	15%	24%	36%
RE-13	54%	63%	22%	60%

Fuente: Elaboración propia

Los datos de la tabla anterior, muestran que los autores se apropiaron de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, cuando los docentes institucionalizaron el saber del contenido desarrollado en la clase (1D – 9), al ocurrir simultáneamente en un 54 y 63% respectivamente para Docente 1 y 2, con la fase de resolución de la indagación práctica por medio de la confirmación y análisis de la explicación (RE – 13).

Los siguientes fragmentos de transcripción, mostraron como los docentes realizaron acciones encaminadas a comprobar la apropiación de los conceptos trabajados en clase, al solucionar una situación problema con los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, por el método gráfico.

Docente uno	Docente dos
D: ¿Qué significa el punto donde se cortan las dos rectas? E: Um...\$3000 una manilla y \$ 12000 un collar. D: ¡Muy bien! D: ¿Cómo se podría saber si esos valores son ciertos? E: Se reemplazan en las ecuaciones, para ver si hay igualdad. D: ¿Puede otro punto satisfacer el sistema de ecuaciones lineales planteado? E: No. D: ¿Por qué? E: Ah..., porque cambiarían los precios de los artículos. D: ¡Bien! D: Esto significa que solamente hay un punto que satisface al sistema de ecuaciones lineales 2×2 . Por eso se le llama consistente con única solución. E: Profe, ¿y si no se intersecta? D: El sistema de ecuaciones no tiene solución, porque no hay punto en común que valide la condición, en este caso se dice que el sistema es inconsistente. (Galvis, 2017, p.15)	D: Recuerden que estamos trabajando sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . D: ¿Qué significa ese punto? (señala en la cartelera). E: Es donde se encuentran las dos rectas D: Aja, y que más... E: Es la solución del sistema. D: ¿De qué manera se puede comprobar? E: Se cambia las letras, por el valor de, 3000 para x (manilla) y 12000 para y (collar). D: ¿Estamos de acuerdo que el punto de corte de las rectas es la solución del sistema? E: Si, profe D: En este caso se dice que el sistema es consistente porque tiene única solución, en este caso es el punto que representa el valor de los artículos. (Oviedo, 2017, p. 8)

Fuente: Elaboración propia

Los fragmentos anteriores, mostraron como hubo apropiación de la metodología de la indagación por parte de los docentes, cuando propusieron acciones para que los estudiantes resolvieran la siguiente situación problema diseñada en la unidad didáctica:

Camila y Susana, después de conocer varios sitios turísticos de Riohacha y la Guajira, se dan cuenta que entre las dos tiene un presupuesto para comprar los detalles a sus compañeros de trabajo en la ciudad de Bogotá, Camila va a una tienda de artesanías wayuu, se interesa por unas manillas y collares. La administradora del local le dice que si compra cinco collares y ocho manillas le deja la mercancía en \$ 64.000.

Con la cual plantearon y resolvieron un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, por medio del método gráfico, esto permitió que los autores indagaran a través de preguntas sobre los procesos desarrollados por los estudiantes, por ejemplo: ¿qué significa...se cortan?, ¿por qué?, lo que generó participación en los educandos, intervenciones que fueron aprovechadas para direccionar la institucionalización de los conceptos de sistemas de ecuaciones consistente con única solución e inconsistente, como se observó en las transcripciones, esta confirmación “puede hacerse de manera directa o indirecta mediante la presentación y defensa de las propuestas al resto de participantes”(Bustos, 2011, p.103).

Las características anteriores, no se dieron en la visión retrospectiva donde los docentes comunicaban el concepto de la temática desde el inicio de la clase y no a partir de los aportes de los estudiantes, desarrollando una clase magistral de transmisión de contenidos siguiendo orientaciones de los libros de texto de matemáticas, como se puede observar en los siguientes fragmentos de transcripción imágenes:

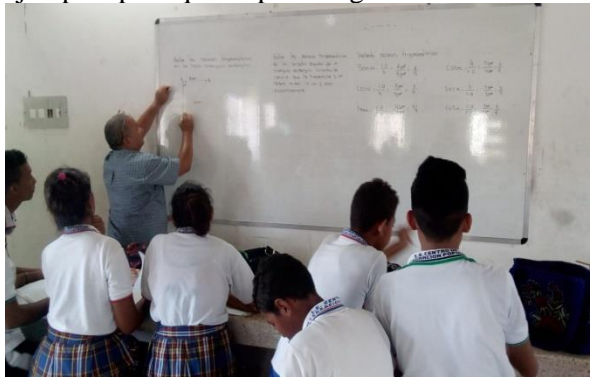

Docente uno	Docente dos
<p>D: En la clase de hoy se va a desarrollar la función lineal, favor abrir sus libros en la página 51.</p> <p>E: ¡Listo profe!</p> <p>D: (El profesor escribe en el tablero la definición de la temática y explica que representa cada termino).</p> <p>E; (Escriben en sus libretas lo que el docente colocó en el tablero)</p> <p>D: Presten atención al desarrollo de los siguientes ejemplos para que se puedan guiar.</p>  <p>El docente institucionaliza, sin tener en cuenta el aporte de los estudiantes.</p>	<p>D: Bueno, hoy vamos a ver la multiplicación de decimales, espero que la entiendan como la suma y la resta.</p> <p>E: ¡Bueno señor!</p> <p>(El profesor dicta los conceptos del tema)</p> <p>(El profesor explica con ejercicios la temática)</p> <p>D: En el libro de matemática en la página, 25 está el concepto y ejercicios para practicar.</p>  <p>El docente institucionaliza, sin tener en cuenta el aporte de los estudiantes.</p>

Ilustración 5. El docente institucionaliza, sin tener en cuenta el aporte de los estudiantes.

Fuente: Elaboración propia.

Los fragmentos anteriores, mostraron que la práctica docente de los autores se limitaba a la transmisión de conceptos siguiendo las instrucciones de los libros de matemática, se explicaba ejemplos de la temática con la finalidad de que sirvieran de guías para resolver los demás ejercicios. Esto no propiciaba espacios de participación con el objetivo de que los estudiantes conceptualicen a partir del desarrollo de las actividades.

En las imágenes se pudo observar que los profesores desarrollaban la clase, mientras los educandos observaban los procesos para luego transcribirlos en sus libretas de apuntes, siguiendo de esta manera el modelo tradicional que se basa en lo magistral, donde “el profesor habla y los alumnos escuchan dando lugar en muchos casos al aburrimiento y pérdida de interés” (Zamora, 2013, p.43).

En la Tabla 7, también se pudo observar, que en la subcategoría el docente como guía, hubo porcentajes bajos, que indican menos apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docentes de los autores, durante la implementación de la unidad didáctica. Por ejemplo, en el ítem (1D – 10), “los docentes promovieron en los estudiantes la socialización de resultados”, obtuvo un porcentaje del 1% al ocurrir simultáneamente con la fase exploración de la indagación práctica, “aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada” (EX – 8).

Es de resaltar que, durante la implementación de la unidad didáctica, los docentes realizaron acciones para que los estudiantes socializaran los resultados obtenidos, como se muestran en los fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
D: Las carteleras donde desarrollaron las actividades, se deben colocar en las paredes del salón, para que los demás compañeros puedan observar el trabajo de cada grupo. E: ¿Cuánto tiempo se tiene para exponer? D: Jóvenes no estén afanados por el tiempo, considero que 5 minutos por grupo es suficiente. E: ¿Por qué los compañeros resolvieron el problema de dos formas distintas? D: Un miembro del grupo que por favor explique, ¿por qué resolvieron dos veces el problema? E: Porque en el grupo hubo diferencia entre por lo tanto cada uno plasmo su idea. D: ¡Muy bien! (Galvis, 2017, p.15)	D: Cada grupo debe elegir un compañero, para que socialice los resultados. D: Todos debemos prestar atención a las explicaciones. E: seño, nosotros vamos a presentar a través de unas diapositivas. D: Ah... ¡bien! E: Profe, los compañeros se equivocaron. D: ¿Por qué? E: No tuvieron en cuenta el porcentaje de descuento que tienen los viajes intermunicipales. D: (en este momento los estudiantes opinan sobre el trabajo que se está socializando) E: Seño, sigamos que aún faltan compañeros por exponer. (Oviedo, 2017, p. 8)

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos, se mostró que los docentes promovieron acciones para que los estudiantes socializaran sus resultados, pero en algunos casos faltaron espacios y tiempo para que todos los educandos participaran de la explicación de sus experiencias y valoraran los aportes de los demás compañeros.

4.2 Competencia científica

La práctica docente desde la *competencia científica*, está relacionada con el interrogante: ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? Se define desde dos subcategorías: promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

Esta subcategoría hace referencia a la “construcción del conocimiento en torno a conceptos científicos, a las capacidades de formular y resolver problemas y al desarrollo de una actitud crítica y rigurosa” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.90). La siguiente tabla muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea durante la implementación de la unidad didáctica entre los ítems que permitieron describir e interpretar la práctica de los docentes desde la promoción de conocimiento, capacidades y actitudes con las fases de la indagación práctica.

Tabla 8

Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes

Metodología – Indagación – práctica	2A 11		2A 12		2A 13		2A 14		2A 15		2A 16		2A 17		2A 18	
	Doc 1	Doc2	Doc 1	Doc 2	Doc 1	Doc2	Doc 1	Doc2	Doc 1	Doc2	Doc 1	Doc2	Doc 1	Doc2	Doc 1	Doc2
HD-1	1%	3%	2%	10%	4%	11%	3%	3%	7%	5%	15%	9%	8%	11%	8%	11%
HD-2	6%	5%	4%	2%	20%	35%	52%	10%	6%	4%	8%	11%	18%	8%	18%	8%
HD-3	4%	6%	5%	3%	6%	4%	2%	2%	4%	4%	6%	8%	1%	5%	1%	5%
HD-4	4%	9%	2%	4%	15%	23%	15%	11%	20%	19%	5%	7%	27%	26%	27%	26%
EX-5	24%	22%	7%	5%	16%	17%	3%	2%	20%	4%	2%	5%	20%	23%	20%	23%
EX-6	8%	19%	10%	13%	13%	9%	10%	5%	8%	5%	6%	3%	14%	20%	14%	20%
EX-7	10%	15%	2%	5%	8%	7%	5%	1%	6%	41%	2%	2%	5%	9%	5%	9%
EX-8	2%	4%	11%	10%	3%	3%	5%	3%	73%	65%	2%	1%	2%	3%	2%	3%
EX-9	17%	21%	10%	11%	8%	8%	9%	6%	9%	8%	5%	3%	18%	17%	18%	17%
IN-10	20%	26%	1%	2%	17%	29%	13%	16%	7%	5%	39%	27%	11%	31%	11%	31%
IN-11	12%	20%	5%	3%	19%	29%	15%	23%	4%	5%	12%	17%	35%	50%	35%	50%
RE-12	12%	13%	2%	3%	59%	54%	11%	17%	40%	33%	2%	3%	2%	21%	2%	21%
RE-13	2%	3%	24%	30%	18%	28%	10%	14%	3%	4%	10%	18%	16%	12%	16%	12%

Fuente: Elaboración propia

2A-11 El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras

2A-12 La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.

2A-13 El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.

2A-14 El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.

2A-15 El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.

2A-16 El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, de donde obtiene información de lo realizado por los estudiantes.

2A-17 El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.

2A-18 El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

En la tabla, se pudo observar que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, sobre la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cuando se solicitó a los estudiantes explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones de las situaciones problemas planteadas (2A – 16), al ocurrir simultáneamente en un 73 y 65% respectivamente para los Docentes 1 y 2, característica que se describió desde la fase exploración de la indagación práctica por medio del aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada (EX – 8).

En el siguiente fragmento de transcripción de una de las sesiones durante la implementación de la unidad didáctica, se muestra la explicación de los procesos por parte de los estudiantes:

Docente uno	Docente dos
<p>D: ¿Por qué decidieron multiplicar por menos dos y no por otro número?</p> <p>E: Profe, porque la ecuación uno tiene $3x$ y la segunda ecuación tiene $6x$ y como se debe multiplicar por un número entero y en el resultado que nos muestra el ejercicio no queda la equis, por lo tanto el número entero debe ser el menos dos para obtener menos seis equis.</p> <p>D: ¡Que bien!, continúe con el proceso.</p> <p>(Galvis, 2017, p.6)</p>	<p>D: ¿Y cómo hicieron para reducir el sistema de ecuaciones lineales a una sola incógnita?</p> <p>E: Señor, buscamos un número por el que pudiéramos multiplicar una de las dos ecuaciones para eliminar una incógnita, entonces eliminamos x, luego despejamos para encontrar el valor de y.</p> <p>D: ¡Muy bien!</p> <p>(Oviedo, 2017, p. 5)</p>

Fuente: Elaboración propia

Los fragmentos anteriores mostraron cómo los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, se apropiaron de la metodología de la indagación, cuando solicitaron a los estudiantes explicación sobre los procesos realizados para llegar a la solución de la situación problema propuesta, para lo cual los educandos plantearon un sistema de ecuaciones lineales con

dos incógnitas y determinaron sus valores, utilizando un método algebraico, en este caso el de reducción o suma y resta.

Es de destacar, que las explicaciones por parte de los estudiantes se generaron cuando los docentes hicieron preguntas orientadoras como: ¿por qué decidieron multiplicar por menos dos y...? y retadoras como: ¿Y cómo hicieron para reducir el sistema de ecuaciones lineales...? esto propició un ambiente de participación donde los educandos expresaron los resultados de las actividades desarrolladas en el aula. El uso de este tipo de interrogantes es fundamental, en el proceso de enseñanza a través de la metodología de la indagación, “el preguntar ocupa una gran parte de la conversación de los profesores y es uno de los factores más importantes en la determinación de las oportunidades de los estudiantes para el desarrollo de la comprensión a través de la indagación” (Harlen, 2013, p.45).

Asimismo, se resalta que los docentes propiciaron espacios para que los estudiantes, explicaran los resultados obtenidos y valoraran las opiniones de sus compañeros y profesores, como se muestra en las siguientes imágenes:

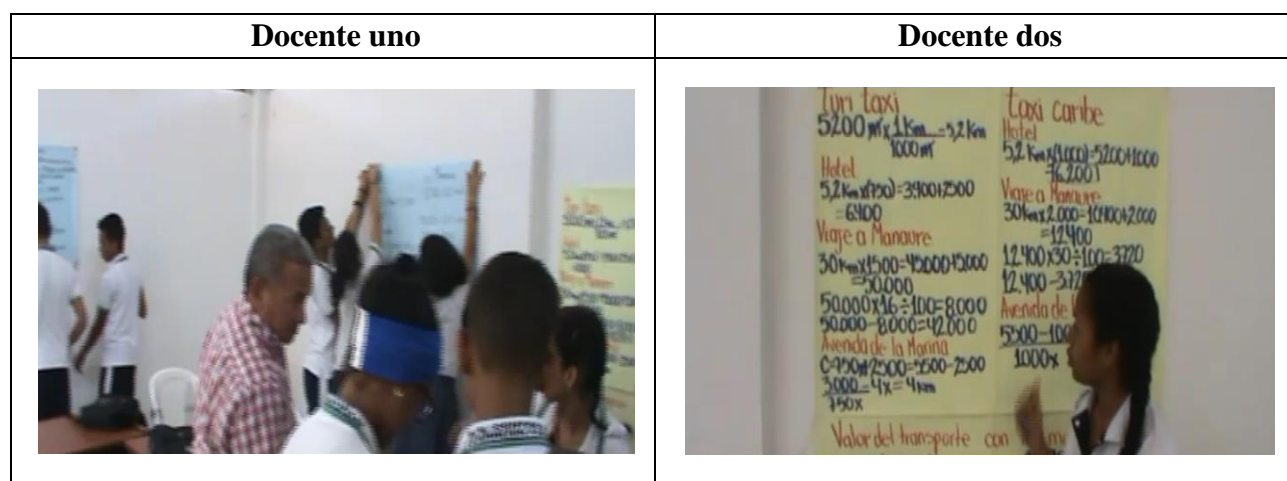


Ilustración 6. Socialización y explicación de procesos por parte de los estudiantes.

Fuente: Elaboración propia

Las imágenes muestran que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación, cuando permitieron que los estudiantes socializaran, argumentaran y defendieran los resultados a los que llegaron de la situación problema, esto posibilitó el uso de diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos desarrollados durante la implementación de la unidad didáctica, los educandos para sus explicaciones utilizaron carteleras, que colocaron en las paredes del aula, donde se pudo observar los diferentes métodos empleados para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

En esta actividad el uso del lenguaje matemático preciso por parte de los autores, contribuyó para la construcción del conocimiento en los estudiantes, como se observa en el siguiente fragmento de transcripción:

Docente uno	Docente dos
<p>D: Luego una de la forma de expresar un sistema de ecuación lineal con dos incógnitas es la siguiente:</p> $a_1 x + b_1 y = c_1$ $a_2 x + b_2 y = c_2$ <p>Donde a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, y c_2, son constante y las letras x e y, representan las incógnitas. (Galvis, 2017, p. 25)</p>	<p>D: El sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es consistente, con solución única. Quiere decir que el punto de intersección de las rectas es la solución del sistema.</p> <p>D: Los sistemas inconsistentes son los que no tienen solución, gráficamente las rectas representadas en el plano cartesiano son paralelas. (Oviedo, 2017, p. 15)</p>

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos se mostró que los docentes durante la implementación de la unidad didáctica utilizaron un lenguaje matemático apropiado para el desarrollo del saber de los estudiantes de grado noveno, en este caso el de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitos. La solicitud a los estudiantes de explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones de situaciones problemas planteadas en clases, no fue observado en la visión

retrospectiva de la práctica de los docentes, debido a que ellos explicaban y desarrollaban las actividades, como se pudo apreciar en las siguientes imágenes de una sesión de clase.

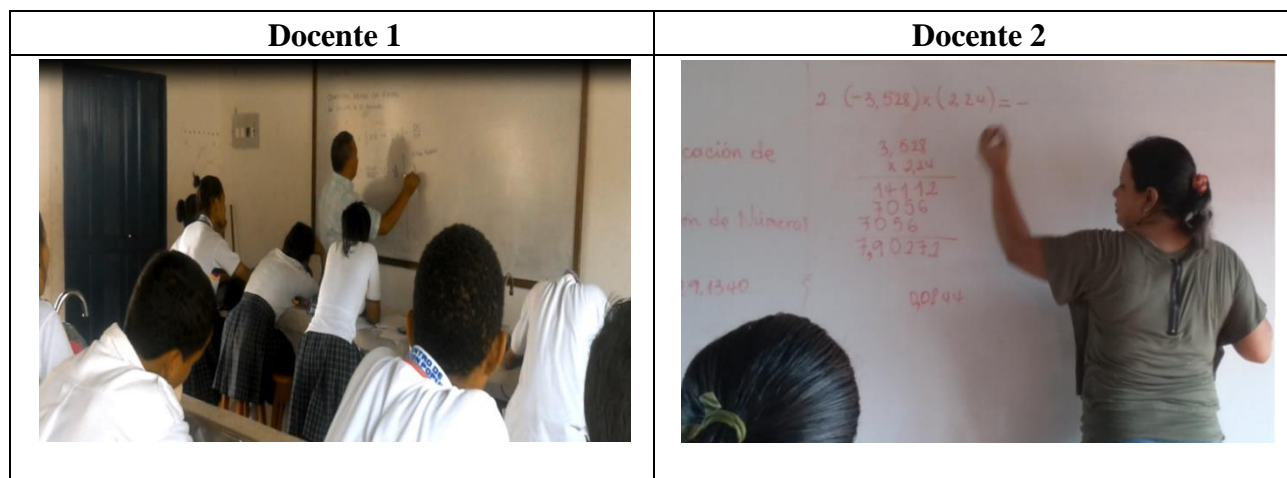


Ilustración 7 Docente desarrollan los procesos y los estudiantes solo observan.
Fuente: Elaboración propia

La práctica docente estaba centrada en los profesores y el tablero privilegiando la clase tradicional, los profesores era quienes desarrollaban las temáticas enseñando procesos de forma mecánica, mientras los estudiantes se limitaban a observar, recibir indicaciones y transcribir en sus libretas de apuntes, esto no permitió que se generaran espacios de participación para que los educandos tuvieran iniciativa propia y expresaran sus opiniones acerca del desarrollo de las actividades, es por esto que los diálogos generados a raíz de preguntas espontáneas de los alumnos son buenos analizadores de la construcción de conocimientos en la interacción en clase (Castorina, 2010). Por tal motivo se deben diseñar actividades que propicien la socialización de resultados.

En la Tabla 8 también se observó que en la subcategoría promoción de conocimientos, capacidades y actitudes hubo porcentajes bajos, que indican menos apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente de los autores. Por ejemplo, en el ítem (2A – 12), “la respuesta de los docentes es coherente con las inquietudes de los estudiantes”, obtuvo

una coocurrencia del 1 y 2% respectivamente, al ocurrir simultáneamente en la construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del tema planteado (IN – 10).

Lo anterior se debió que durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se presentaron pocas dificultades en el desarrollo de las actividades, pero es de destacar que los docentes respondieron con claridad, las veces que fueron requeridos, como se puede observar en los siguientes fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
<p>E: ¿Profesor cómo se podría representar la compra un pasaje de categoría general y cuatro de categoría preferencial por los cuales se deben pagar \$ 570.000?</p> <p>D: Se debe expresar la situación planteada en el lenguaje algebraico, representando las incógnitas por medio de letras.</p> <p>E: ¡Profe!, ¿puedo utilizar las mismas letras de la actividad anterior?</p> <p>D: Si, lo importante es tener claro el significado o lo que representa cada letra.</p> <p>(Galvis, 2017, p.19)</p>	<p>E: Profe no entiendo, ¿cómo así proporcional?</p> <p>D: ¿Cómo son los resultados que se han obtenido?</p> <p>E: Son positivos, pero son bastante grandes, ¿luego cómo se ubican en el plano?</p> <p>D: Como solo se utilizará el cuadrante positivo de los ejes de coordenadas, proporcional es tomar una unidad de espacio que represente los valores de las variables, para ubicar los puntos de la tabla de valores en el plano cartesiano.</p> <p>(Oviedo, 2017, p.6)</p>

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos anteriores, se mostró que los docentes dieron respuestas claras, precisas, coherentes a las inquietudes de los estudiantes, pero no fueron significativas, porque no llevaron a la construcción conjunta de significados.

4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares.

Esta subcategoría hace referencia a la “enseñanza de las competencias disciplinares visibles en los momentos en que el docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.90).

La Tabla 9, muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea durante la implementación de la unidad didáctica entre los ítems que permitieron observar, describir e interpretar la práctica

docente de los autores a partir de la enseñanza de las competencias disciplinares, con las fases de la indagación práctica.

Tabla 9

Enseñanza de las competencias disciplinares

Indagación práctica	2B-19		2B-21		2B-22		2B-23		2B-24	
	Doc 1	Doc 2	Doc 1	Doc 2	Doc 1	Doc 2	Doc 1	Doc 2	Doc 1	Doc 2
HD-1	27%	36%	13%	3%	45%	57%	4%	9%	12%	17%
HD-2	15%	5%	15%	11%	16%	5%	0%	9%	7%	4%
HD-3	13%	8%	9%	5%	5%	10%	3%	4%	4%	3%
HD-4	25%	12%	31%	24%	11%	8%	4%	19%	11%	33%
EX-5	9%	5%	22%	25%	5%	7%	18%	26%	19%	10%
EX-6	15%	6%	13%	5%	4%	3%	12%	11%	20%	8%
EX-7	4%	5%	10%	8%	10%	5%	11%	5%	9%	3%
EX-8	20%	12%	7%	5%	7%	8%	10%	12%	4%	8%
EX-9	4%	5%	33%	43%	5%	4%	13%	9%	6%	4%
IN-10	7%	10%	4%	10%	10%	8%	24%	41%	12%	7%
IN-11	7%	8%	18%	14%	4%	4%	11%	13%	18%	27%
RE-12	12%	14%	3%	3%	10%	6%	5%	4%	3%	6%
RE-13	7%	34%	5%	3%	6%	9%	18%	19%	54%	67%

Fuente: Elaboración propia

2B – 19 El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.

2B – 21 El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.

2B – 22 Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

2B – 23 El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.

2B – 24 El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.

De la tabla anterior, se observa que en la práctica docente de los autores hubo apropiación de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, cuando promovieron preguntas que condujeron a los estudiantes en la socialización de resultados (2B – 24), al ocurrir simultáneamente en un 54 y 67% respectivamente para los docentes 1 y 2, con la fase de resolución de la indagación práctica por medio de la confirmación y análisis de la explicación (RE – 13).

Durante la implementación de la unidad didáctica los docentes promovieron el uso de preguntas que condujeron a los estudiantes a socializar los resultados de las actividades desarrolladas en el aula de clases, como se muestra en los siguientes fragmentos:

Docente uno	Docente dos
D: ¿Cómo se podría determinar el valor exacto de una manilla y un collar de la cultura wayuu? E: En el punto de corte de las dos rectas. D: ¿Cómo podemos saber si eso es cierto? E: Profe, reemplazando las incógnitas de las ecuaciones por los valores del punto de corte. D: En las dos ecuaciones D: ¿Podría otro punto de las rectas satisfacer el sistema de ecuaciones lineales planteado? E: No D: ¿por qué? E: Profe, porque un sistema de ecuaciones, cuando tiene solución, lo satisfacen un solo punto. D: En este caso solución única. (Galvis, 2017, p.14)	D: ¿qué tipo de gráfica les dio? E: Dos líneas rectas. D: ¿Qué caracteriza a estas rectas? E: Seño, se cruzan en un punto. D: ¡Muy bien!, ¿Qué significa ese punto? E: Um...la solución del sistema de ecuaciones. D: ¿De qué manera se puede comprobar que esos valores corresponden a los precios de una manilla y de un collar? E: Seño, reemplazando el valor de x e y , en las ecuaciones para ver si satisface las dos ecuaciones. D: ¡Qué bien! (Oviedo, 2017, p. 8)

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos se mostró, que los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, utilizaron estrategias de diálogo que alternaron con preguntas que llevaron a los estudiantes a conceptualizar sobre los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y a socializar procesos, cuando se utilizó una situación problema con elementos de la cultura wayuu como sus manillas y collares, los cuales resultan atractivos a los turistas que visitan al departamento de la Guajira, esto generó participación general en el desarrollo de las actividades, ambiente que fue propicio para que los educandos socializaran y validaran ante el grupo, las maneras utilizadas con el fin de lograr los resultados obtenidos, lo cual contribuyó a la construcción de su conocimiento.

Es de resaltar que el uso de preguntas por parte de los docentes generó un ambiente dialógico, facilitó a los estudiantes la comprensión de los procesos desarrollados en las actividades y los

impulsó a socializar y validar paso a paso los resultados de una situación problema diseñada en la unidad didáctica, como se muestra en las siguientes imágenes:

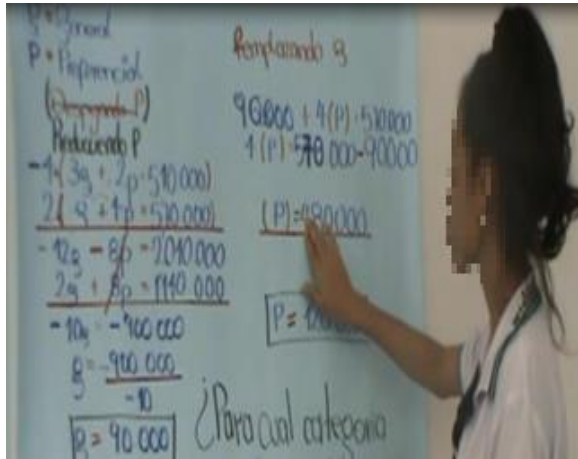
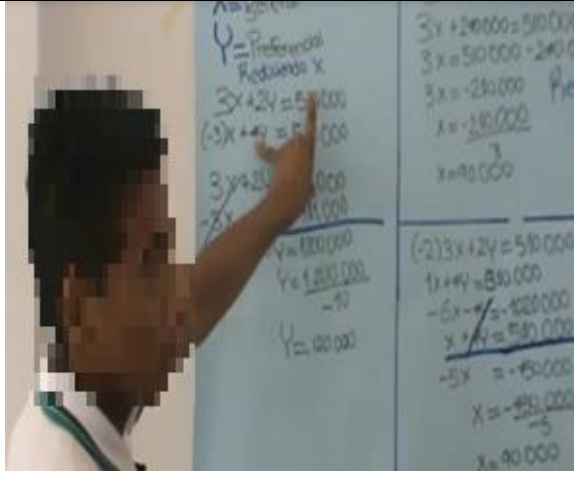
Docente uno	Docente dos
	

Ilustración 8. Estudiante expone los resultados obtenidos.

Fuente: Elaboración propia

En las imágenes, se pudo observar cómo los estudiantes, en la etapa de validación (Brousseau, 2007), expusieron con dominio ante el grupo, los pasos realizados para obtener los resultados de la situación problema diseñada desde los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, es de señalar que durante la socialización los docentes mostraron apropiación de la metodología de la indagación, cuando formularon interrogantes como ¿de qué manera...? o ¿por qué? que condujeron a los educandos a explicar los procesos desarrollados en las actividades.

El uso de preguntas por parte de los docentes que condujeran a los estudiantes a socializar los resultados de las actividades, no fue una característica en su visión retrospectiva, debido a que durante el desarrollo de la clase formulaban interrogantes que ellos mismo respondían, sin dar oportunidad a los educandos de involucrarse en su proceso de aprendizaje, como se puede observar en los siguientes fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
<p>D: Para determinar La pendiente de una recta, se debe expresar la función en forma explícita. (Escribe la función en el tablero), ¿Cómo es el proceso?...Bueno presten atención, para determinar la pendiente de una función lineal se debe expresar la variable dependiente en términos de la independiente (se desarrolla un ejemplo en el tablero, mientras los estudiantes observan)</p> <p>(Galvis, 2016, p.10)</p>	<p>D: (Escribe en el tablero dos Fracciones), ¿Cómo se multiplican las fracciones?... Recuerden que para multiplicar números fraccionarios, se multiplican los numeradores entre si y los denominadores entre sí.</p> <p>(Oviedo, 2016, p.6)</p>

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos, se mostró que los docentes durante el desarrollo de las clases formularon preguntas sobre la temática que se ilustraba, pero no daban tiempo para conocer las opiniones de los educandos, porque los mismos profesores terminaban respondiéndolas, lo cual no permitió la participación de los estudiantes en las actividades, llevándolos a cumplir un papel pasivo de receptor de contenidos y explicaciones. Esto implica que para enseñar se necesita una clase abierta y participativa donde el rol de los alumnos no se limite a asimilar información, sino que ha de ser crítico indagador, reflexivo. Investigador, creativo (Espinoza, 2008).

También se pudo observar que en la subcategoría enseñanza de las competencias disciplinares, el diseño de actividades que permite a los estudiantes generar un plan de acción con el fin de resolver las situaciones planteadas (2B – 21), obtuvo el menor porcentaje durante la implementación de la unidad didáctica con 3%, para cada uno de los docentes, al ocurrir simultáneamente con la evaluación de la solución propuesta (RE – 12).

Lo anterior ocurrió, porque a pesar de que los docentes diseñaron actividades en la planeación de la unidad didáctica para que se trabajara en forma colaborativa, donde los estudiantes elaboraran un plan de acción con el fin de resolver una situación problema, algunos grupos

tardaron en colocarse de acuerdo entre sus integrantes, esto hizo que los profesores atendieran estas diferencias, con el fin de que todos iniciaran con el desarrollo del trabajo propuesto para la sesión de clases, como se observa en los siguientes fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
<p>D: Escribir una expresión matemática que represente la siguiente situación. Un grupo de estudiantes del grado noveno de la institución educativa centro de integración popular pagaron en la cafetería 9.200 por la cuenta de 4 empanadas y 6 refrescos. La semana pasada consiguieron 6 empanadas y 8 refrescos y la cuenta fue de 12.600.</p> <p>E: Profe hágame el favor, aquí tenemos diferencias, Los compañeros dicen que pueden hacerlo por tanteo, yo les digo que así demoramos mucho que mejor es por ecuaciones.</p> <p>D: Si tienen diferentes formas entre los grupos, en el momento de la socialización pueden exponerlas.(Galvis, 2017, p.8)</p>	<p>D: Plantea una ecuación que modele la siguiente situación y escribe un par de valores que haga cierta la igualdad: “Las edades de Susana y Camila suman 55”.</p> <p>E: Profe, aquí se tienen diferentes propuestas, se podría ser utilizar las iniciales de los nombres de las personas o las letras x e y.</p> <p>D: Recuerda que se solicita que planteen una ecuación para las edades de Susana y Camila, las letras son una representación así que se puede usar las que ustedes decidan.</p> <p>E: ¡Claro profe!, porque lo importante es lo que se represente con ellas. (Oviedo, 2017, p.3)</p>

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos anteriores, se mostró que los docentes durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales en grado noveno, diseñaron actividades acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes, con el objetivo de que ellos elaborarán un plan de trabajo al momento de resolverlas, pero no fue significativo porque faltó la socialización de algunos grupos para realizar la evaluación de la solución propuesta.

4.3 Interactividad

La categoría *interactividad*, está relacionada con la pregunta: ¿qué características tiene la relación profesor-alumno y de qué manera apoya esta interacción el aprendizaje?

La *interactividad* se define desde dos subcategorías: proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, y Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes, a través de las cuales se observa y describe el actuar de los docentes en el aula durante la implementación de la unidad didáctica.

4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.

Esta subcategoría hace a una “relación simétrica en lo normativo entre el docente y los alumnos, diversos ciclos de interacción, lo que se ve posibilitado por la actitud de los estudiantes en relación al compromiso que presentan hacia el aprendizaje” (González-Weil, *et al.*, 2012, p. 90).

En la Tabla 10, se muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea durante la implementación de la unidad didáctica entre los ítems que permitieron observar, describir e interpretar la práctica docente de los autores, a partir del proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes con las fases de la indagación práctica.

Tabla 10

Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes

Metodología de la indagación – Indagación práctica	3A-25 El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.		3A-26 El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.		3A-27 El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	
	Docente1	Docente2	Docente1	Docente 2	Docente 1	Docente 2
HD-1	4%	5%	17%	27%	12%	17%
HD-2	5%	3%	9%	10%	8%	20%
HD-3	5%	3%	6%	8%	6%	8%
HD-4	15%	10%	3%	2%	5%	5%
EX-5	4%	6%	14%	43%	20%	17%
EX-6	5%	3%	45%	15%	10%	3%
EX-7	6%	4%	5%	8%	12%	17%
EX-8	5%	4%	3%	4%	2%	2%
EX-9	15%	24%	35%	15%	8%	17%
IN-10	5%	5%	4%	19%	48%	47%
IN-11	6%	4%	8%	18%	15%	21%
RE-12	6%	5%	6%	7%	10%	6%
RE-13	4%	3%	4%	6%	18%	29%

Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior, se pudo observar que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica, cuando facilitaron la construcción compartida de significados dando sentido en los estudiantes (3A – 27), con 48 y 47%, respectivamente, para los docentes 1 y 2, característica que se describió desde la fase integración, de la indagación práctica en la construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del tema planteado (IN – 10).

Los siguientes fragmentos de transcripción de una de las sesiones durante la implementación de la unidad didáctica, muestran cómo los docentes posibilitaron la construcción compartida de resultados por parte de los estudiantes.

Docente uno	Docente dos
D: A continuación, se organizan en grupos de 4	D: Jóvenes, por favor se organizan en grupos de

<p>estudiantes.</p> <p>D: Un miembro de cada grupo toma una cartulina marcadores y una fotocopia de la actividad de la mesa que esta junto a la puerta.</p> <p>E: ¿Se puede usar la calculadora?</p> <p>D: ¡Sí! (Galvis, 2017, p. 4)</p>	<p>trabajo.</p> <p>E: ¿Se puede continuar con los mismos grupos?</p> <p>D: ¡Sí!</p> <p>D: Cada grupo toma una cartulina y una fotocopia de la actividad. (Oviedo, 2017, p. 8)</p>
--	---

Fuente: Elaboración propia

En los ejemplos anteriores se pudo observar cómo los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, se apropiaron de la metodología de la indagación posibilitando que los estudiantes compartieran la construcción de su conocimiento, mediante el desarrollo interactivo que se realizó en clases a través de mediadores como la cartulina, marcadores, fotocopias y el trabajo en colaborativo.

En este contexto de diálogo los profesores facilitaron espacios durante la clase para que los educandos expresaran sus procedimientos en la forma que manipularon el material para buscar la solución a la situación problema diseñado, como se muestra en las siguientes imágenes:



Docente uno	Docente dos
	
Estudiantes participando en la construcción de significados.	Estudiantes participando en la construcción de significados.

Ilustración 9 Estudiantes participando en la construcción de significados.

Fuente: elaboración propia.

Las imágenes, muestran que los docentes posibilitaron la construcción compartida de significados entre estudiantes, cuando permitieron el trabajo colaborativo, lo cual generó el intercambio y participación activa entre los integrantes de los diferentes grupos, durante la implementación de la unidad didáctica hacia la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para que los educandos “aprendan es relevante tanto la interacción de los contenidos como la interacción con las personas, es decir, el docente y el resto de participantes” (Busto, 2011, p.91).

Es de resaltar que los docentes involucraron a los estudiantes en las diferentes actividades planeadas en la unidad didáctica, mediante las situaciones didácticas de acción, comunicación y validación (Brousseau, 2007), para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, como se muestra en los siguientes fragmentos:

Docente uno	Docente dos
<p>D: Este sistema $5c + 8m = 84000$ y $8c + 12m = 132000$ ¿para que lo plantearon?</p> <p>E: Para calcular el valor de un collar y una manilla de la cultura Wayuu.</p> <p>D: ¡Muy bien!</p> <p>E: c, es el valor de un collar y la m, es el valor de una manilla.</p> <p>D: Si las turistas quieren comprar veinte regalos entre manillas y collares, ¿Qué deben hacer? (Galvis, 2017, p. 8)</p>	<p>D: La situación nos habla de una cantidad de refrescos y empanadas que se compraron en la cafetería del colegio, ¿qué se debe hacer?</p> <p>E: Plantear unas ecuaciones</p> <p>D: ¡Sí!</p> <p>E: $4e + 6r = 9.200$ y $6e + 8r = 12.600$</p> <p>D: ¡Bien!, ¿Qué sucedería si al grupo llegan dos estudiantes? (Oviedo, 2017, p. 5)</p>

Fuente: Elaboración propia

En los ejemplos, se evidenció que los docentes diseñaron y plantearon diferentes actividades en la unidad didáctica, mostrando apropiación de la metodología de la indagación cuando relacionaban los contenidos con situaciones cotidianas de los estudiantes, como collares y manillas de la cultura wayuu, los cuales son adquiridos por turistas que visitan al departamento de la Guajira, también se usaron productos de la cafetería escolar, lo que generó un ambiente de participación en los educandos que los condujo a plantear y resolver un sistema de ecuaciones

lineales con dos incógnitas con los elementos señalados, participando con propiedad y confianza en la construcción del conocimiento.

Es de señalar que en la visión retrospectiva la práctica docente de los autores, no permitían la construcción compartida de significados, debido que la enseñanza se desarrollaba mediante clases magistrales con la transmisión de conceptos, los estudiantes se interesaban poco en el desarrollo de la clase, como se muestra en los siguientes fragmentos de transcripción:

Docente uno	Docente dos
D: Jóvenes, vamos a graficar funciones lineales, por favor utilizar la hoja milimetrada para esta actividad. E: ¡Bien profesor! D: (El profesor desarrolla un ejercicio, como ejemplo en el tablero) D: ¿Esta claro de dónde salen los valores? E: La verdad no profe. D: Voy a volver a explicar, presten atención.	D: Bueno, hoy vamos a ver la multiplicación de decimales, espero que la entiendan como la suma y la resta. E: ¡Bueno señor! (El profesor dicta los conceptos del tema) (El profesor explica con ejercicios la temática) D: ¿Alguna pregunta? E: No (El profesor escribe en el tablero la actividad de la clase)

Fuente: Elaboración propia

Los ejemplos anteriores muestran que los docentes eran los que desarrollaban la temática de las lecciones, lo cual no permitió la construcción compartida de significados con la participación de los estudiantes, porque no fueron involucrados, debido a la simple transmisión de contenidos que dominaban las clases, los jóvenes observaban los procesos y los transcribían, para luego reproducirlos con ejercicios semejantes a los explicados por los profesores.

También se pudo observar, que en la subcategoría proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes hubo porcentajes bajos, que indican menos apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente de los autores. Por ejemplo, en el ítem (3A – 26), “los docentes utilizan estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo”, obtuvo una coocurrencia del 3 y 2% respectivamente, al ocurrir simultáneamente al involucrar al estudiante (HD – 4).

A pesar de los porcentajes anteriores, es de destacar que los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, utilizaron diferentes estrategias como, indagar a través de preguntas sobre el desarrollo de las actividades, trabajo colaborativo, el uso de materiales, la socialización de resultados, pero debido a la cantidad de grupos e inquietudes, en ocasiones resultó difícil involucrar a todos los estudiantes.

4.3.2 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Esta subcategoría está referida al “apoyo pedagógico prestado permanentemente durante la clase” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.91). La siguiente tabla muestra el porcentaje de ocurrencia simultánea durante la implementación de la unidad didáctica, entre los ítems que permitieron describir e interpretar la práctica de los docentes con las fases de la indagación práctica.

Tabla 11

Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Metodología de la indagación –Indagación práctica	3B-28 El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.		3B-29 El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes que surgen del proceso de aprendizaje.		3B-30 El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	
	Docente1	Docente2	Docente1	Docente 2	Docente 1	Docente 2
HD-1	6%	5%	9%	5%	10%	12%
HD-2	36%	6%	18%	15%	6%	4%
HD-3	4%	3%	5%	8%	8%	5%
HD-4	5%	4%	8%	7%	11%	9%
EX-5	10%	5%	21%	31%	12%	9%
EX-6	8%	9%	7%	8%	7%	5%
EX-7	20%	26%	6%	5%	5%	4%
EX-8	13%	20%	15%	7%	5%	10%
EX-9	10%	12%	8%	9%	5%	4%
IN-10	12%	18%	18%	25%	8%	7%
IN-11	27%	29%	38%	42%	35%	39%
RE-12	10%	17%	12%	10%	12%	7%
RE-13	13%	5%	4%	5%	10%	8%

Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior, se pudo observar que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación, durante la implementación de la unidad didáctica al realizar preguntas que tienen relación con las inquietudes que surgen del proceso de aprendizaje (3B – 29), en un 38 y 42%, respectivamente Docente 1 y 2, con la fase de integración de la indagación practica por medio la sistematización progresiva de ideas, a través de integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otros conceptos, presentar explicaciones y ofrecer soluciones explicitas (IN – 11).

Los siguientes fragmentos de transcripción, muestran cómo se aprovechó las inquietudes de los estudiantes para hacer preguntas que permitieron intercambiar opiniones con el fin de encontrar soluciones explicitas:

Docente uno	Docente dos
D: ¿Qué te solicita la actividad? E: Que plantee una ecuación para las edades de Susana Y Camila. D: ¡Que bien! E: Pero si no se tienen las edades. D: Recuerda que te piden que plantes una ecuación. D: ¿Para qué? E: Las edades de Susana y Camila. D: ¿Cómo lo harían? E: Ah... ya profe entendí, gracias, ya creo como hacerlo. (Galvis, 2017, p.2)	D: ¿Como hicieron la tabla de valores? E: Dándole valores a x . D: ¿A qué variable le dieron valores? E: a x D: ¿Para qué? E: Para hallar los valores de y . D: Muy bien. Para obtener los valores de y . Y ¿qué tipo de grafica les dio? E: Una línea recta. D: ¡Muy bien! (Oviedo, 2017, p. 8)

Fuente: Elaboración propia

En los fragmentos se reveló cómo los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, aprovecharon las inquietudes de los estudiantes para hacerles preguntas. Por ejemplo: ¿cómo lo harían?, ¿para qué?... esto generó un ambiente propicio en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, que favoreció el proceso de formación, porque por medio de interrogantes los profesores indagaron en los educandos, y a través de este diálogo se

llegó a respuestas por parte de ellos mismos, con lo cual se mostró apropiación de la metodología de la indagación por el lado de los autores, cuando se posibilitó la interactividad entre los diferentes actores de la clase.

Los docentes estuvieron atentos a las inquietudes que surgieron en el proceso de aprendizaje, como muestran las siguientes imágenes:

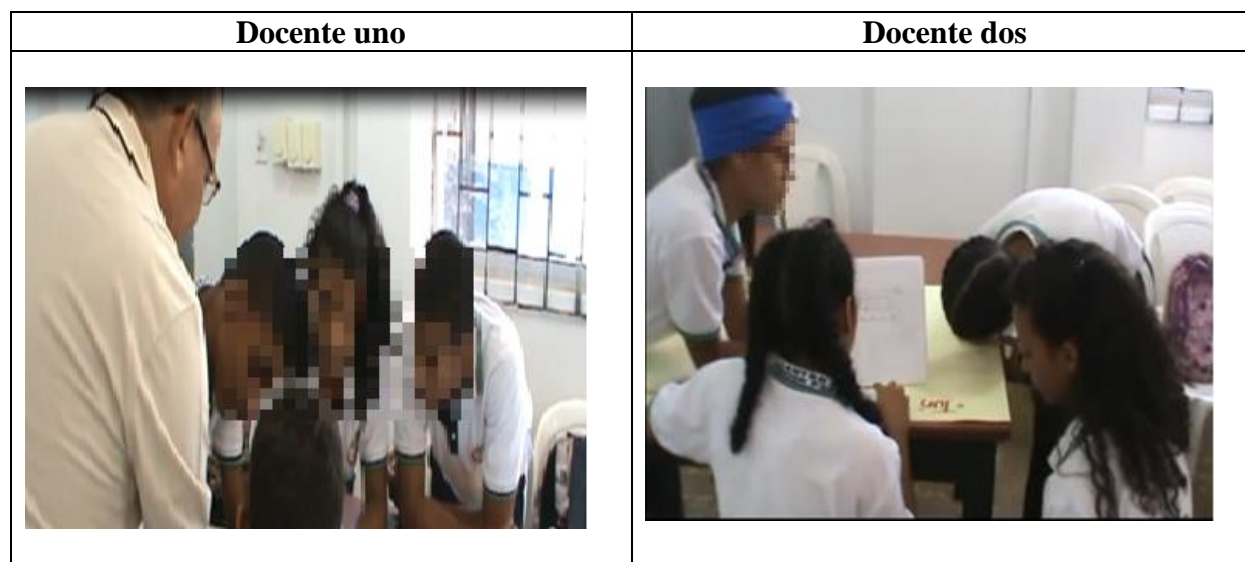


Ilustración 10. Docente atendiendo inquietudes de los estudiantes.

Fuente: elaboración propia.

En las imágenes se observa que los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, estuvieron atentos a las inquietudes que surgían en el desarrollo de las actividades, lo que permitió un diálogo directo con los grupos de trabajo, que facilitó en los educandos la construcción de su propia formación, lo cual fue posible a la apropiación de la metodología de la indagación por parte de los autores, en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, esto llevó a los estudiantes a presentar explicaciones y ofrecer soluciones explícitas de los resultados obtenidos, también mostró que las interacciones concertadas son importantes en el proceso de aprendizaje, “las actuaciones interrelacionadas de profesor y

alumnos asociadas siempre a un contenido en específico o a una determinada tarea de aprendizaje” (Bustos, 2011, p.24).

El uso de preguntas que se relacionaran con las inquietudes de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, que los llevara a soluciones explícitas, no se observó en la visión retrospectiva en la práctica de los docentes, porque poco se tenía en cuenta las opiniones de los educandos, los maestros preparaban sus clases y se limitaban a cumplir con una programación, como se puede apreciar en los siguientes fragmentos de transcripción de una sesión de clases:

Docente uno	Docente dos
D: Hoy se va a continuar con la multiplicación y división de números reales. D: Favor abrir el libro en la página 12 y escribir la teoría. E: ¿Toda la página? D: Si, presten atención a los siguientes ejemplos, para luego resolver los del libro. E: Profe, varios ejercicios son diferente a los que usted explicó. D: Bueno, realicen los que entienda, luego les explico los demás. (Galvis, 2016, p.6)	D: Bueno, el tema de hoy es Área de polígonos (El Profesor explica la clase) D: Abrir el libro de matemáticas en la página 85. D: Escribir en el cuaderno como se calcula el área de un trapecio. E: Se escribe todo lo que está en el tablero D: Si, además presten mucha atención, para cuando estén trabajando no me pregunten. (Oviedo, 2016, p. 5)

Fuente: Elaboración propia

Los ejemplos anteriores muestran que en la práctica los docentes desarrollaban las clases, siguiendo las instrucciones de los libros de matemáticas, no tenían en cuenta las inquietudes de los estudiantes que surgen en el proceso de aprendizajes, porque los profesores se dedicaban a explicar algunas demostraciones, para que los educandos resolvieran los ejercicios que vienen propuestos en los textos, limitándolos de esta manera a un papel de receptor de información de contenidos.

Es de señalar que en la Tabla se pudo observar, que en la subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes hubo porcentajes bajos, que indican menos apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente de los autores. Por ejemplo, en el ítem

(3B – 28), “los docentes integran los saberes previos con el nuevo aprendizaje”, obtuvo una coocurrencia del 4 y 3% respectivamente, al ocurrir simultáneamente con la fase, planteamiento del problema contextualizado (HD – 3).

Lo anterior sucedió a pesar que durante la implementación de la unidad didáctica, para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, los docentes diseñaron actividades a fin de indagar sobre los saberes previos de los estudiantes, pero no siempre se integraron con el nuevo aprendizaje, porque los autores concentraron más la atención en la institucionalización del saber, que integrar los conocimientos.

Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

Después de interpretar la contribución de la metodología de la indagación en la práctica docente de los autores, al diseñar, planear e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en grado noveno, se presentan las conclusiones de esta investigación a partir de las categorías que permitieron observar, analizar, y reflexionar el ejercicio docente: *secuencia didáctica, competencia científica e interactividad*.

La apropiación de la metodología de la indagación contribuyó a la práctica docente, de los investigadores con el diseño y la implementación de la unidad didáctica como una estrategia para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a partir de situaciones problemas basados en contextos reales, relacionando los contenidos con escenarios de la vida cotidiana de los jóvenes, como fue el turismo en la región, lo que favoreció la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.

Asimismo, la apropiación de la metodología de la indagación durante la implementación de la unidad didáctica contribuyó a la práctica de los docentes a flexibilizar sus estrategias teniendo en cuenta las necesidades de los estudiantes cuando se le presentaron situaciones como la de pasar del lenguaje común al matemático lo que generó en ellos la participación, el interés por la clase, que condujo a la construcción conjunta de conocimientos, esto facilitó institucionalizar conceptos y métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

La apropiación de la metodología de la indagación contribuyó a la práctica docente, de los investigadores a diseñar y utilizar variados recursos lo que permitió a los estudiantes visualizar, manipular y sobre todo participar activamente en su proceso de enseñanza y aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

También se pudo observar que durante el diseño e implementación de la unidad didáctica como estrategia pedagógica, los docentes mostraron fundamentación teórica y didáctica sobre lo que se enseña en este caso los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, lo que permitió utilizar estrategias discursivas con el fin de indagar en los estudiantes sobre la argumentación del proceso llevado a cabo para resolver un problema, con lo cual se logró una clase abierta y participativa a través del trabajo colaborativo.

De igual manera, se evidenció que los docentes durante la implementación de la unidad didáctica usaron un lenguaje disciplinar y adecuado, el cual direccionó la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se tuvo en cuenta los aportes de los estudiantes y se promovieron preguntas que condujeron a la socialización de resultados, lo cual generó un ambiente de confianza y respeto que posibilitó construcción compartida de conocimiento.

La apropiación de la metodología de la indagación permitió que los docentes desarrollaran un rol diferente, porque se desenvolvieron como mediadores y facilitadores, lo cual favoreció la interrelación entre estudiantes – docentes y estudiantes - estudiantes, debido a que la comunicación pasó de ser de una sola vía para convertirse en una relación de doble vía, donde los estudiantes construyeron sus propios conocimientos y desarrollaron un análisis crítico sobre los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

5.2 Recomendaciones

Interpretada la contribución de la metodología de la indagación a la práctica de los docentes a partir de las categorías: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad*, se recomienda:

Seguir diseñando, planeando e implementando unidades didácticas como una estrategia pedagógica para la enseñanza de objetos matemáticos a través de situaciones problemas basados en contextos cotidianos para los estudiantes, acompañando permanentemente los procesos en la clase, esto permite que los alumnos desarrollen procesos que favorecen su formación para la vida.

En la práctica de los docentes, hacer de la pregunta un ejercicio constante durante el desarrollo de las clases para el fortalecimiento de habilidades discursivas e indagatorias que permitirá solicitar a los estudiantes explicaciones sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones de una situación problema.

Promover el interés por las clases de matemática elaborando actividades que permitan a los estudiantes a diseñar un plan de acción para resolverlas a través del trabajo en equipo, para luego socializar sus resultados y conceptualizar a partir de ellos, esto posibilitará el aprendizaje autónomo.

Continuar con la grabación de clases y el instrumento de recolección de información para una reflexión permanente en la práctica de los docentes con el fin mantener o buscar estrategias para mejorar la enseñanza de la matemática.

Finalmente, se propone conformar comunidades de aprendizaje en la institución educativa con el fin de compartir experiencia y seguir fortaleciendo la práctica docente para la enseñanza de la matemática.

Referencias Bibliográficas

- Amador, J. F., Rojas, J. L. y Sánchez, H. G. (2015). La indagación progresiva con ayudas hipermediales dinámicas en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E. y Fernández, F. (2003). La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación? Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C., 80-106
- Angel, A. (2008) Algebra Intermedia. Pearson Educación, México.
- Boyer, C. (1986) Historia de la matemática. Ed. Alianza Universidad Textos. Madrid.
- Briones, G. (1999). Investigación y Docencia: Hacia una Educación Superior de Calidad. Problemas y Perspectivas. *Revista Enfoques Educativos*, Vol.2(Nº1). Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/291339470> El Asesoramiento Curricular a los Establecimientos Educativos De los Enfoques Tecnicos a la Innovacion y Desarrollo Interno#pf18
- Brousseau, G. (1998): Théorie des Situations Didactiques, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bustos, A. (2011). Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita. Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.
- Castorina, J. A. (2010) "La epistemología constructivista ante el desafío de los saberes disciplinares". En CASTORINA, J.A. (comp) Desarrollo del conocimiento social. Tomado de la revista. Espacio en blanco, Ser. Indagaciones vol.24 no.2 Tandil dic. 2014.

- Cerda, H. (1.991). Los elementos de la investigación, capítulo 7. Medios, instrumentos, técnicas y métodos en la recolección de datos e información. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0ByJKdYF9NkPwaDhXb1ZRYmpSakE/view>.
- Céspedes, G., y González, G. (2012). *La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC* (Maestría). Universidad Tecnológica de Pereira.
- Coll, C. (1991) Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. Barcelona: Paidós.
- Coll, C., Solé, I. (2001) *Enseñar y aprender en el contexto del aula*. Madrid: Alianza
- Cristóbal, C. y García, H. (2013). *La indagación científica para la enseñanza de las ciencias*. Ministerio de Educación del Perú y Universidad Peruana Los Andes. I.E.P María Auxiliadora - Huancayo - Perú
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. México D.F., México: Reverté ediciones
- De Lella, C. (1999). *I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación*. Modelos y tendencias de la Formación Docente. Lima, Perú: Organización de estados iberoamericanos.
- De Lella, C. (1999). Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado de, I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación, Modelos y tendencias de la Formación Docente: <http://www.oei.es/historico/cayetano.htm>
- Díaz Gómez, J. (2002). *ISSUU* . [en línea] Apuntes de Historia de las Matemáticas Volumen I. Recuperado de: https://issuu.com/abelgalois/docs/apuntes_de_historia_de__las_matematicas_volumen_1

- Escamilla, A. (1992): *Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula*. Zaragoza: Luis Vives. Colección Aula Reforma
- Gallego, N., y Uzuriaga, V. (2015). *Macro proyecto de matemáticas: la indagación en la enseñanza de las matemáticas*. Universidad Tecnológica de Pereira. Documento sin publicación.
- Galvis V. (2016). *Transcripción Videos visión retrospectiva*. Riohacha, Guajira.
- García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Giraldo, A., Tovar, B., Morales, S. y Cortés, D. (2013). *Competencia matemática y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia
- Godino, J., Batanero C., Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros. Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje para maestros*. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros>
- Gómez, M. (2001). *Análisis de situaciones didácticas en Matemáticas*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis de maestría. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- González Weil, y otros. (2012). Amador Montaña, Rojas García, y Sánchez Bedoya, (2015). Instrumento de recolección de información).
- González-Weil, C. (2012). *La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM* (Región de Valparaíso). Estudio pedagogía. vol.38 no.2 Valdivia dic. 201.
- González-Weil, C., Cortez, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P., Maturana, J. y Abarca, A. (2012). La Indagación científica con enfoque pedagógico: estudio sobre las

- prácticas innovadoras de docentes de ciencias en EM. *Estudios Pedagógicos* 38 (2). 85-102. Recuperado de http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052012000200006
- Gonzalez-Weil, C., Martínez, M., Galax, C., Cuevas, K. y Muñoz, L. (2009). *La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico*. (Valdivia, Ed.) Estudios Pedagógicos XXXV, 67-78.
- González, P. (2003). *La Historia de la Matemática como recurso didáctico e instrumento de integración cultural de la Matemática*. España. Recuperado de: <http://www.xtec.cat/sgfp/llicencies/200304/memories/teoremapitagores.pdf>
- Guzmán, M. (1989). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Organización de Estados
- Harlen, W. (2013). Capítulo 5 *Implementando la evaluación formativa de ECBI*. *Evaluación y Educación en Ciencias basada en la indagación: aspectos de la política y la práctica*. Italia: Global Network of Science Academies (IAP). Science Education Programme (SEP).
- Hernández, R., Buitrago, L y Torres, L. (2009). *La secuencia didáctica en los proyectos de aula, un espacio de interrelaciones entre docente y contenido de enseñanza*. Bogotá Colombia.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* 5ª Edición. Mac Graw Hill.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. DE C.V. Recuperado de <http://www.lapaginadelprofe.cl/UAconcagua/7Dise%C3%B1osExperimentales.pdf>.
- Instituto de Matemáticas PUCV. (2016). Instituto De Matemáticas. Recuperado de

<http://158.251.72.52/sitio/moodle/file.php/1/Situaciones%20Didacticas/Que%20son%20las%20Situaciones%20Didacticas.pdf>

Herrera, A., Salgado, D., Nivia, L., Acosta, M., y Orjuela Murcia, J. (2004). *Algebra y Geometría II*. Bogotá: Santillana S.A.

ISCE. (2017). *Índice sintético de calidad*. <https://www.icfesinteractivo.gov.co/> 2017

Ley General de Educación. (1994). Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Martínez. D., Gaitán, C., Gatarayih, S., Romero, J., Estupiñán, M. y Alvarado, P. (2005).

Caracterización de la práctica docente universitaria. Estudio de casos: pregrado.

Investigación. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá D.C.

Martínez Nicolás, M., y Saperas Lapiedra, E. (2011). *La investigación sobre Comunicación en España (1998-2007)*. Análisis de los artículos publicados en revistas científicas. *Revista latina de comunicación social*, (66).

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Obtenido de MEN:

Recuperado de <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Recuperado de Ministerio de Educación Nacional:

http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Reporte de la excelencia 201*. Recuperado de colombiaaprende:

http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/163001002593.pdf

Oviedo Y. (2016). *Transcripcion Videos vision retrospectiva*. Riohacha, Guajira.

Perkins, D. (2010). *El aprendizaje pleno. Principios de la enseñanza para transformar la educación*. Buenos Aires: Paidós.

Prendes Espinoza, María Paz; Martínez Sánchez, Francisco. La innovación tecnológica en el sistema escolar y el rol del profesor como elemento clave del cambio. Universidad de Murcia, España.

<http://tecnologiaedu.us.es/nweb/htm/pdf/paz1.pdf> 16 - 09 - 2008. Descargado el 15 - 08 - 2018.

Pruebas SABER. (2015-2016). <https://www.icfesinteractivo.gov.co/> 2016. Resultados saber 3° y 5.

Rico, L. (2007). *La competencia matemática en PISA*. PNA, 47-66.

Rico, L. (2012). *Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. Avances de Investigación en Educación Matemática*.

Sadovsky, P. (2005). *La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 2-4.

Salinas, M. (2007). *Errores sobre el sistema de numeración decimal en estudiantes de magisterio*. Investigación en educación matemática, 381-390.

Sanmartí, N. (2000). *Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias*. Barcelona: Marfil.

Sanmartí, N. (2002). *Didáctica de las ciencias en la educación secundaria obligatoria*. España. Editorial Síntesis.

- Sanmartí, N. (2005). *La unidad didáctica en el paradigma constructivista, capítulo 1. Unidades didácticas en ciencias y matemáticas*. Bogotá: Editorial magisterio
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Uzcátegui, Y., y Betancourt, C. (2013). *La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. Revista de Investigación, 37(78)*.
- Zabala, A. (2000). *La Práctica Educativa. Como enseñar*. Barcelona: Editorial Graó.
- Zamora, Pedro. (2013). *La contextualización de las matemáticas*, Tesis. Almería, Universidad de Almería.

Anexos

Anexo 1 Instrumento de recolección de Información

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
INSTRUMENTO DE RECOLECCION DE INFORMACION

GRADO:

FECHA:

INSTITUCION:

1. Categoría: Secuencia didáctica ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura? (González Weil, y otros, 2012)			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
1A Actividad medular	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	1A – 1	
	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	1A -2	
	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	1A – 3	
1B Momentos de la clase	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.	1B – 4	

flexible	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B – 5	
	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	1B – 6	
1C Orientación explícita de la actividad	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	1C – 7	
	El docente facilita y regula el aprendizaje.	1C – 8	
1D El docente como guía	El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.	1D- 9	
	El docente promueve en los estudiantes la socialización de resultados.	1D- 10	

2. Categoría: competencia científica ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? Apropiación de conocimientos			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
2A Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. (Enfocados al quehacer científico:	El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	2A-11	
	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	2A-12	
	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y	2A-13	

formular, resolver problemas, actitud crítica rigurosa)	procedimientos realizados en la clase.		
	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	2A-14	
	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	2A-15	
	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, de donde obtiene información de lo realizado por los estudiantes.	2A-16	
	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	2A-17	
	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.	2A-18	
2B Enseñanza de las competencias disciplinares (Centradas en el estudiante, organizados en grupos, guiados por el docente, hacen experimentos, etc.)	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	2B-19	
		2B-20	
	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	2B-21	
	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	2B-22	
	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	2B-23	

	El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	2B-24	
--	---	-------	--

3. Categoría Interactividad ¿Qué características tiene la interacción profesor -alumno y de qué manera apoya el aprendizaje?			
Subcategoría	Ítems	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
3A Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	3A-25	
	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	3A-26	
	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	3A-27	
3B Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (presenta apoyo pedagógico permanente)	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	3B-28	
	El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes que surgen del proceso de aprendizaje.	3B-29	
	El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	3B-30	

Observaciones generales:

Anexo 2 Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación práctica

Categoría	Subcategorías	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa	HD - 1	
	Exploración de conocimientos previos	HD - 2	
	Planteamiento del problema contextualizado	HD - 3	
	Involucrar al estudiante	HD - 4	
Exploración	Construcción de significados	EX - 5	
	Búsqueda de hipótesis	EX - 6	
	Sesiones de grupo para exploración cooperativa	EX - 7	
	Aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada	EX - 8	
	Búsqueda y elección de información relevante	EX - 9	
Integración	Construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del tema planteado	IN - 10	
	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas.	IN - 11	
Resolución	Evaluación de la solución propuesta	RE - 12	
	Confirmación y análisis de la explicación	RE - 13	

Anexo 3 Unidad didáctica



Universidad
Tecnológica
de Pereira

MACROPROYECTO DE MATEMÁTICAS: LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS



NOMBRE DE LA UNIDAD: ENSEÑANZA DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCOGNITAS
GRADO: NOVENO (9°)

Docentes: VICTOR MANUEL GALVIS MEZA
YENI MARIA OVIEDO MARTINEZ

Institución educativa en dónde se implementará: INSTITUCION EDUCATIVA CENTRO DE INTEGRACION POPULAR

Fecha de presentación: 22 de mayo 2017

Objeto Matemático: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Objetivo General: Fortalecer el planteamiento y diferentes métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , a partir de los procesos matemáticos comunicación y formulación, por medio de una unidad didáctica basada en la metodología de la indagación.

Estándares de competencia:

- Utilizo números reales en sus diferentes representaciones en diversos contextos.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Contenidos (Saberes): Constituyen la base sobre la cual se programarán las actividades de enseñanza, con el fin de alcanzar lo expresado en los objetivos.

Contenidos Conceptuales	Contenidos Procedimentales	Contenidos Actitudinales
<ul style="list-style-type: none"> • Ecuación lineal con dos incógnitas. • Sistemas de Ecuaciones lineales (Concepto) • Solución de un sistema de ecuaciones lineales 2×2 • Método de resolución de sistemas: gráfico y reducción. 	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos variables. • Cálculo de una incógnita, conocida la otra, en un sistema de ecuaciones lineales 2×2. • Comprobación de la solución de un sistema de ecuaciones lineales 2×2. • Resolución de sistemas de ecuaciones utilizando los métodos gráfico y reducción. • Planteamiento y resolución de problemas de ecuaciones lineales 2×2. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interés por el concepto de Sistemas de Ecuaciones lineales. • Interés por la búsqueda de soluciones a través de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2. • Hábito de comprobar la solución encontrada en los problemas de sistemas de ecuaciones lineales 2×2. • Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas algebraicos • Valoración de los sistemas de ecuaciones como mecanismo sencillo y útil para resolver situaciones problemas de la vida cotidiana.

Fundamentación teórica del saber específico a enseñar:

El objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales aparece como tema de estudio, en nuestro país en el curso noveno grado de educación básica secundaria, según lo establecido en los estándares básicos en el área de matemáticas (MEN, 2006). En la enseñanza tradicional, son numerosos los errores en que incurren los alumnos, a pesar de los esfuerzos que hacen los profesores para que los corrijan y eviten en lo sucesivo. Por ejemplo, presentan dificultades para usar las operaciones aritméticas más elementales en problemas verbales que involucran ecuaciones o sistemas de ecuaciones; aun cuando saben aplicar perfectamente los algoritmos de

resolución, tales errores vuelven a surgir en la introducción a la escritura literal para valores numéricos y en los comienzos del álgebra, sobre todo en igualdades y desigualdades (Guzmán, 2000).

Las dificultades en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones tienen orígenes diversos. Unos están ligados a la complejidad matemática de los elementos básicos que se utilizan en la adquisición del objeto sistemas de ecuaciones lineales (números reales y función afín, ambos en vías de construcción); otros al concepto de sistemas de ecuaciones lineales y su solución, y otros más a la ruptura entre el pensamiento aritmético y el algebraico

Algunos libros de texto y algunos profesores apuntan al desarrollo algorítmico. No trabajan los pasajes del registro algebraico al verbal ni del gráfico al algebraico, a pesar de que el paso entre registros de representación semiótica resulta necesario para acceder a un objeto matemático. Esto no se trata de una opción pedagógica, sino de un aprendizaje obligado (Guzmán, 1990).

Fundamentación teórica desde la Didáctica de la Matemática:

Es importante que los sistemas de ecuaciones se introduzcan mediante problemas. Así, los estudiantes podrán ver que en algunos problemas no hay sólo una, sino varias variables y entiendan que estos problemas se traducen por lo general en varias ecuaciones (condiciones), por lo que para resolverlos hay que encontrar los valores que satisfacen simultáneamente todas las ecuaciones. Sin la ayuda de problemas es muy difícil que los alumnos comprendan por qué en un sistema de dos ecuaciones, las variables x e y representan los mismos valores en ambas ecuaciones y, por lo tanto, que comprendan el principio de sustitución y las otras nociones asociadas a la solución de sistemas de ecuaciones.

El propósito principal de la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables es que los estudiantes sean capaces de distinguir entre sus diferentes usos y los puedan aplicar en materias donde el objeto es un subtema para el desarrollo de otros temas, como ser las funciones afín, límites, derivadas y continuidad entre otros. (Herrera et al., 2004)

Las ecuaciones lineales y los métodos que sirven para resolverlas representan el primer contacto de los estudiantes con algunas de las nociones y procedimientos fundamentales del álgebra, como son la noción misma de ecuación, de variable y los procedimientos para despejar la variable (Ángel, 2008, p. 233).

Para lograr un aprendizaje significativo del álgebra, es necesario que los símbolos y las operaciones algebraicas se introduzcan a partir de situaciones familiares, los estudiantes tendrán la oportunidad de adquirir destreza y seguridad en el manejo de los procedimientos algebraicos y utilizarlos para resolver problemas cada vez más complejos.

Sesión de clase No. 1: PLANTEAMIENTO DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES 2X2. Tiempo previsto: 165 minutos de clases.

Saberes Previos

Para indagar sobre los saberes previos en los estudiantes se propone una situación didáctica con el fin de llevarlos a un planteamiento de una ecuación lineal con dos variables y posteriormente a un sistema de ecuaciones lineales 2x2. Plantea una ecuación que modele la siguiente situación y escribe un par de valores que haga cierta la igualdad: “Las edades de Susana y Camila suman 55”.

Para esta parte se estipula un tiempo aproximadamente de 10 minutos. Es de anotar que las horas clases en la Institución Educativa se desarrollan en periodo de 55 minutos, es por esto que la primera sesión se desarrollará en 3 clases.

Teniendo en cuenta lo anterior, se pretende que los estudiantes desarrollen la situación didáctica planteada de esta sesión en dos periodos de clases de 55 minutos cada uno, la primera clase está planeada para que los estudiantes ayuden a las dos turistas a tomar la decisión sobre cada uno de los transportes que deben utilizar para ir al hotel y a cada uno de los sitios que ellas desean conocer, teniendo en cuenta que deben economizar para llevar unos detalles a sus compañeros de trabajos en la ciudad de Bogotá.

Susana y Camila trabajan en una empresa de telecomunicaciones, en la ciudad de Bogotá. Ellas tienen sus vacaciones programadas para el mes de junio y tienen planeado ir de paseo a la costa caribe, por tal motivo han consultado varias agencias de viajes, encontrando en “*Transporte Seguro*” la empresa que se acomoda a sus presupuestos. Camila opina que deben ir a Santa Marta para conocer y bañarse en las playas del Rodadero, pero Susana la convence para viajar a la Guajira, donde también hay playas y otros sitios exóticos. Al llegar a la terminal de transporte de la capital del departamento de La Guajira, les ofrecen dos folletos con publicidad de empresas que realizan viajes en automóviles.

“TURI TAXI”



Viajes Locales: \$ 750 por km más un adicional fijo de \$ 2500.

“TAXI CARIBE”



Viajes Locales: \$ 1000 por km más un adicional fijo de \$ 1000.

La agencia de viajes les entrega una guía turística, donde se encuentra la ubicación del Hotel recomendado, centros comerciales, lugares representativos de la ciudad y sitios turísticos de la Guajira: El Cabo de la Vela, El Parque Natural de los Flamencos, La Sierra del Perijá, Las playas de Mayapo, entre otros. Camila le propone a Susana que primero deben llegar al hotel que se encuentra a 5200 metros de la terminal de transporte, para descansar un poco, y salir más tarde a conocer algunos lugares de la ciudad. Por la noche deciden conocer la avenida de la marina, para lo cual solicitan un servicio de transporte local que las lleve en el menor recorrido posible y les cobró \$ 5500. De regreso al hotel Camila y Susana se ponen hacer cuentas de lo que se pueden gastar en servicio de transporte local. Al día siguiente se van de visita al parque natural de los flamencos que está en el municipio de Manaure, ubicado a 30 km de Riohacha.

Susana y Camila quieren llevarle unos detalles a sus compañeros de trabajo en la ciudad de Bogotá. ¿Cómo se puede ayudar a las dos turistas a decidir sobre el transporte, tanto local como intermunicipal de tal manera, que puedan economizar y llevar los regalos a sus amigos?

Estando nuevamente en el hotel, Susana y Camila bajan almorzar al restaurante donde se enteran por la televisión, en el noticiero del medio día, que el gobierno nacional hace una baja en los precios de la gasolina para el departamento de La Guajira, por lo tanto las empresas modifican sus tarifas intermunicipales, suprimiendo el porcentaje señalado en los folletos y bajando el valor del kilómetro en \$100 y el costo fijo en \$200. Teniendo en cuenta lo anterior, ¿De qué manera se podría ayudar a Susana y a Camila, determinar el valor del transporte local e intermunicipal con las nuevas modificaciones?

Por la tarde Camila solicita un servicio de transporte local a “Turi Taxi” para ir a un centro comercial y Susana solicita un servicio en “Taxi Caribe” para ir a la playa. Las dos turistas quedaron sorprendidas porque no supieron por qué si iban para sitios diferentes y tomaron diferentes empresas de taxis, cancelaron el mismo valor al taxista. ¿Cómo se podría ayudar a las turistas a comprender, que si utilizaron diferentes empresas de transporte y fueron a diferentes lugares, les tocó pagar el mismo valor por el servicio?

Esta actividad contará con 20 minutos para el análisis y solución, 25 minutos para su socialización.

El docente acordara con los estudiantes que se trabajara en grupo, pero que todos los miembros deben participar en el desarrollo de

las actividades, para cualquier sugerencia o pregunta se debe pedir el uso de la palabra levantando la mano y que además se debe prestar atención en el momento que un compañero este exponiendo sus resultados.

La situación propuesta se desarrollará en grupo de 4 estudiantes, en la conformación se tendrán en cuenta las habilidades de los estudiantes, es decir, los grupos deben ser heterogéneos, con el propósito de promover el trabajo colaborativo, donde se identifican estudiantes participativos con aciertos, estudiantes participativos con algunas dificultades y estudiantes poco o nada participativos, observación que el docente debe tener en cuenta para la conformación, de manera que se repartan equitativamente en cada uno de los grupos. Si bien el trabajo colaborativo es en conjunto, cada miembro tiene una clara responsabilidad para el alcance de la meta final, es decir, que a pesar de estar trabajando en forma colaborativa cada participante debe aportar para el desarrollo de las actividades, esto se tendrá en cuenta en el momento de la valoración en el proceso de evaluación.

El docente estará atento el trabajo de los estudiantes pasando por los diferentes puestos, para observar la manera como se desenvuelve con las actividades planteadas, en esta parte es importante que el docente motive a los jóvenes, expresándole animo a través de expresiones: (como se siente, muy bien, adelante, hágalo ustedes sin temor a cometer errores, felicitaciones por su participación, ustedes pueden, entre otras).

Mientras los estudiantes desarrollan la actividad en sus equipos de trabajo, el docente estará pasando por los diferentes sitios del aula de clases, con el fin de observar:

¿Qué estudiantes presentan dificultad para determinar el valor del transporte local hacia el hotel?

¿Qué estudiantes presentan habilidades para determinar el costo del transporte hacia el hotel?

¿Qué estrategias utilizan los estudiantes para saber cuál empresa de transporte los debe llevar a conocer la avenida de la marina?

¿Qué estrategias emplea los estudiantes para determinar el costo del servicio intermunicipal hacia el parque de los flamencos?

¿Qué estudiantes presentan dificultad para determinar el costo del servicio intermunicipal hacia el parque de los flamencos?

En las situaciones planteadas en la primera parte de la situación didáctica, es posible encontrar resultados por parte de los estudiantes como las siguientes:

a. Empresa que más les conviene utilizar para ir del terminal al hotel.

b. En qué empresa les saldría más económico visitar el parque natural de los flamencos en el municipio de Manaure.

Estando nuevamente en el hotel, Susana y Camila bajan almorzar al restaurante donde se enteran por la televisión en el noticiero del medio día, que el gobierno nacional hace una baja en los precios de la gasolina para el departamento de La Guajira, por lo tanto las empresas modifican sus tarifas intermunicipales, suprimiendo el porcentaje señalado en los folletos y bajando el valor del kilómetro en \$100 y el costo fijo en \$200. Teniendo en cuenta lo anterior, ¿De qué manera se podría ayudar a Susana y a Camila, determinar el valor del transporte local e intermunicipal con las nuevas modificaciones?

Por la tarde Camila solicita un servicio de transporte local a “Turi Taxi “para ir a un centro comercial y Susana solicita un servicio en “Taxi Caribe” para ir a la playa. Las dos turistas quedaron sorprendidas porque no supieron por qué si iban para sitios diferentes y tomaron diferentes empresas de taxis, cancelaron el mismo valor al taxista. ¿Cómo se podría ayudar a las turistas a comprender, que si utilizaron diferentes empresas de transporte y fueron a diferentes lugares, les tocó pagar el mismo valor por el servicio?

Mientras los estudiantes desarrollan la actividad en sus equipos de trabajo, el docente estará pasando por los diferentes sitios del aula de clases, con el fin de observar:

¿Qué estudiantes presentan dificultad para identificar las variables que se debe tener en cuenta para determinar el valor de un transporte local e intermunicipal?

¿Qué estudiantes presentan habilidades para identificar las variables que se debe tener en cuenta para determinar el valor de un transporte local e intermunicipal?

¿Qué estrategias utilizan los estudiantes para plantear una ecuación que permita determinar el valor de un transporte local?

¿Qué estrategias emplea los estudiantes para determinar el costo del servicio intermunicipal?

- a. **De qué manera se podría ayudar a Susana y a Camila, determinar el valor del transporte local.**

MATERIALES O MEDIOS

Para el desarrollo de esta sesión es necesario:

- a. Texto guía de noveno grado.
- b. Cuaderno y lápiz, para plasmar las diferentes ideas que los grupos obtengan del análisis de cada una de las situaciones planteadas.
- c. Calculadora, teléfono celular, tabletas para utilizar aplicaciones
- d. Presentaciones en carteleras o power poit, por parte de los grupos de trabajo para que socialicen sus resultados a los demás compañeros.
- e. Marcadores, cinta, cartulinas, con el fin de presentar sus trabajos y pegarlos en diferentes partes del aula.

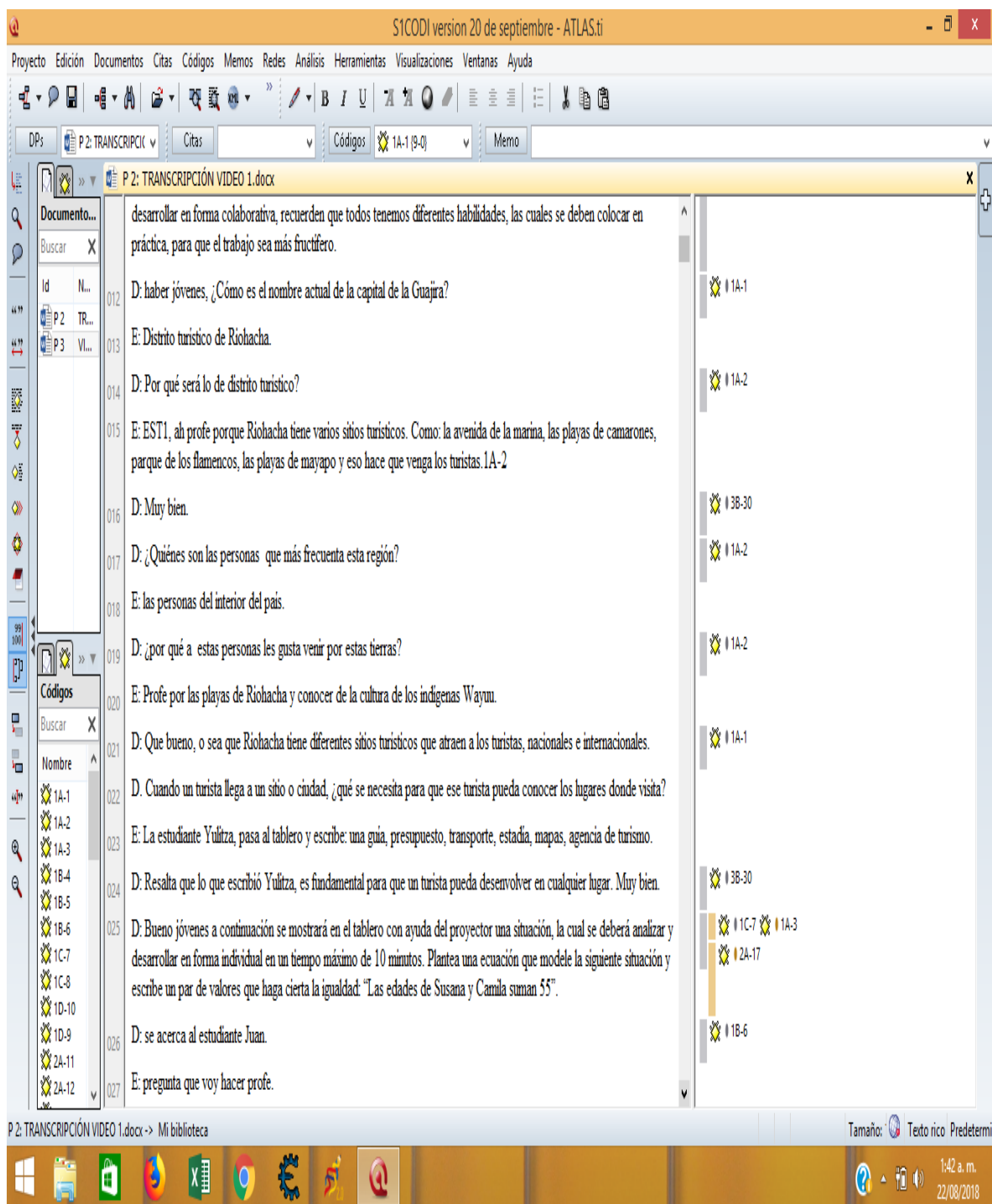
EVALUACIÓN.

El proceso de evaluación estará presente durante el desarrollo de la clase, será cualitativa y Formativa. Esta se hará teniendo en cuenta: la hetero-evaluación desde lo conceptual, la co evaluación desde lo procedimental y la autoevaluación desde lo actitudinal.

- a. La hetero-evaluación, desde lo conceptual se evaluará con un 35%, teniendo en:
 - Desarrollo las instrucciones de las actividades.
 - Propuestas de estrategias para resolver la situación problema planteada.
 - Desarrollo estrategias para resolver la situación problema planteada.



- b. La co evaluación, desde lo procedimental se evaluará con un 35%, teniendo en cuenta.
 - Hacer las acciones que se piden en la situación planteada.
 - Realizar comparaciones entre los conocimientos previos y la situación planteada.
 - Utiliza estrategias para solucionar la situación planteada.
- c. La autoevaluación, desde lo actitudinal se evaluará con un 30%, teniendo en cuenta:
 - Participa en el desarrollo de las actividades propuestas en el equipo de trabajo.
 - Presenta estrategias en el equipo de trabajo.
 - Valora y respecta las opiniones de los demás miembros del grupo de trabajo.

Anexo 4 Ilustración software de codificación de la transcripción atlas.ti7



Anexo 5 Guías de trabajo

Nombre de la Unidad	Enseñanza De Los Sistemas De Ecuaciones Lineales Con Dos Incógnitas.
SESION No	1 Trabajo grupal
EVIDENCIA	Identificar sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
TEMA	SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CONTENIDO	<p>Susana y Camila trabajan en una empresa de telecomunicaciones, en la ciudad de Bogotá. Ellas tienen sus vacaciones programadas para el mes de junio y tienen planeado ir de paseo a la costa caribe, por tal motivo han consultado varias agencias de viajes, encontrando en “<i>Transporte Seguro</i>” la empresa que se acomoda a sus presupuestos. Camila opina que deben ir a Santa Marta para conocer y bañarse en las playas del Rodadero, pero Susana la convence para viajar a la Guajira, donde también hay playas y otros sitios exóticos. Al llegar a la terminal de transporte de la capital del departamento de La Guajira, les ofrecen dos folletos con publicidad de empresas que realizan viajes en automóviles.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0; background-color: #e0f7fa;"> <p style="text-align: center;">“TURI TAXI” </p> <p style="text-align: center;">Viajes Locales: \$ 750 por km más un adicional fijo de \$ 2500</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0; background-color: #e0f7fa;"> <p style="text-align: center;">“TAXI CARIBE” </p> <p style="text-align: center;">Viajes Locales: \$ 1000 por km más un adicional fijo de \$ 1000</p> </div> <p>La agencia de viajes les entrega una guía turística, donde se</p>
------------------	---

CONTENIDO	<p>encuentra la ubicación del Hotel recomendado, centros comerciales, lugares representativos de la ciudad y sitios turísticos de la Guajira: El Cabo de la Vela, El Parque Natural de los Flamencos, La Sierra del Perijá, Las playas de Mayapo, entre otros. Camila le propone a Susana que primero deben llegar al hotel que se encuentra a 5200 metros de la terminal de transporte, para descansar un poco, y salir más tarde a conocer algunos lugares de la ciudad. Por la noche deciden conocer la avenida de la marina, para lo cual solicitan un servicio de transporte local que las lleve en el menor recorrido posible y les cobró \$ 5500. De regreso al hotel Camila y Susana se ponen hacer cuentas de lo que se pueden gastar en servicio de transporte local. Al día siguiente se van de visita al parque natural de los flamencos que está en el municipio de Manaure, ubicado a 30 km de Riohacha.</p> <p>Susana y Camila quieren llevarle unos detalles a sus compañeros de trabajo en la ciudad de Bogotá. ¿Cómo se puede ayudar a los dos turistas a decidir sobre el transporte, tanto local como intermunicipal de tal manera, que puedan economizar y llevar los regalos a sus amigos?</p> <p>Estando nuevamente en el hotel, Susana y Camila bajan almorzar al restaurante donde se enteran por la televisión, en el noticiero del medio día, que el gobierno nacional hace una baja en los precios de la gasolina para el departamento de La Guajira, por lo tanto las empresas modifican sus tarifas intermunicipales, suprimiendo el porcentaje señalado en los folletos y bajando el valor del kilómetro en \$100 y el costo fijo en \$200. Teniendo en cuenta lo anterior, ¿De qué manera se podría ayudar a Susana y a Camila, determinar el valor del transporte local e intermunicipal con las nuevas modificaciones?</p>
RECURSOS	Video beam, Marcadores de colores, fotocopias, papel bond, carteleras
EVALUACION	
Nombre de la Unidad	Enseñanza De Los Sistemas De Ecuaciones Lineales Con Dos Incógnitas .

SESION No	2. Trabajo, grupal
EVIDENCIA	Obtener de manera gráfica la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos variables
TEMA	SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CONTENIDO	<p>Seguidamente, los estudiantes se reunirán en los mismos equipos que venían trabajando en la sesión anterior, para desarrollar la siguiente situación:</p> <p>Camila y Susana, después de conocer varios sitios turísticos de Riohacha y la Guajira, se dan cuenta que entre las dos tiene un presupuesto para comprar los detalles a sus compañeros de trabajo en la ciudad de Bogotá, Camila va a una tienda de artesanías wayuu, se interesa por unas manillas y collares. La administradora del local le dice que si compra cinco collares y ocho manillas le deja la mercancía en \$ 64.000. Camila llama a Susana y le cuenta sobre la propuesta de la vendedora. Susana le recuerda que deben llevar veinte regalos, que consulte por ocho collares y doce manillas, Camila le pregunta a la vendedora en cuanto saldrían, la vendedora le contesta que si lleva esa cantidad le costaría \$100.000.</p> <p>¿Cómo se podría ayudar a las dos turistas a determinar el valor de cada artículo de regalo para sus compañeros de trabajo?</p> <p>Camila y Susana de dan cuenta que con el presupuesto que tienen para comprar los detalles, les alcanza a demás para llevar dos cajas de chocolates a sus sobrinos, cada una tiene un costo de \$ 10.000.</p> <p>¿Cuál era el presupuesto con que contaban Susana y Camila para la compra de los regalos para sus compañeros de trabajo?</p>
RECURSOS	Video beam, Marcadores de colores, fotocopias, papel bond, regla, escuadra, carteleras, calculadora, teléfonos celulares, software Geogebra
EVALUACION	
Nombre de la	Enseñanza De Los Sistemas De Ecuaciones Lineales Con Dos

Unidad	Incógnitas .
SESION No	3
EVIDENCIA	Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos variables por medio del método de suma y resta.
TEMA	SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CONTENIDO	<p>La agencia de viajes llamó a Susana y a Camila para informarle que no tienen buses para el retorno a la ciudad de Bogotá, las turistas se alteran porque no tienen dinero para regresarse y además deben presentarse a su sitio de trabajo. La empresa les propone reembolsarles \$200.000 para que se devuelvan en otra ruta de buses, Susana y Camila aceptan la propuesta. Las dos turistas llegan al hotel, empacan sus pertenencias, se despiden de la administración y solicitan un servicio de taxi que las lleve a la terminal de buses. Al llegar se dan cuenta que venden pasajes de dos categorías: general y preferencial. Ellas aún no saben que tiquetes pueden comprar con el dinero que tienen, si en general o preferencial. Llegando a la taquilla se dan cuenta que dos personas compran distinto número de pasajes. La primera persona compra tres pasajes de categoría general y dos pasajes para categoría preferencial y debe pagar \$510.000. La segunda persona compra un pasaje de categoría general y cuatro de categoría preferencial y debe pagar \$ 570.000, si Susana y Camila deben viajar juntas.</p> <p>¿De qué manera se podría ayudar a las turistas a tomar una decisión sobre los pasajes que deben comprar para regresar a Bogotá? ¿Con el dinero que reembolso la agencia de turismo les alcanzaría para viajar en cualquiera de las categorías y por qué?</p>
RECURSOS	Video beam, Marcadores de colores, fotocopias, papel bond, cinta,

EVALUACION	
-------------------	--